



Affectation dynamique dans les systèmes de transport multimodaux

Dihya Atmani

► To cite this version:

Dihya Atmani. Affectation dynamique dans les systèmes de transport multimodaux. Traitement des images. Université Paris-Est, 2015. Français. <NNT : 2015PESC1132>. <tel-01294620>

HAL Id: tel-01294620

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01294620>

Submitted on 29 Mar 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PARIS-EST
ÉCOLE DOCTORALE MSTIC
MATHÉMATIQUES ET SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE
L'INFORMATION ET DE LA COMMUNICATION

THÈSE

présentée en vue d'obtenir le titre de

Docteur de l'Université Paris Est

Spécialité : Signal, Image, Automatique

par

Dihya ATMANI

Affectation dynamique dans les
systèmes de transport
multimodaux

Thèse préparée à l'IFSTTAR,
au sein du laboratoire GRETTIA

Soutenue publiquement le 18/12/2015 devant un jury composé de :

Rapporteurs : Said MAMMAR	- Université d'Evry Val d'Essonne
Markos PAPAGEORGIOU	- Université de Crete
Examineurs : Jean-Patrick LEBACQUE	- IFSTTAR (GRETTIA)
Neila BHOURI	- IFSTTAR (GRETTIA)
Habib HAJ-SALEM	- IFSTTAR (GRETTIA)
Fabio GALATIOTO	- Université de Newcastle

Table des Matières

	1
Remerciements	3
Résumé	7
Introduction	9
1 État de l'art	13
1.1 Introduction	13
1.2 Position du problème	13
1.2.1 Contexte	13
1.3 Approches de traitement	14
1.3.1 Représentation du graphe multimodal	14
1.3.2 Calcul d'équilibre	24
1.4 Affectation statique multimodale	27
1.4.1 Méthode de Nagurney	28
1.4.2 Généralisation de la méthode	32
1.5 Algorithmes de résolution	32
1.5.1 Algorithme de Dijkstra	32
1.5.2 Programmation dynamique	33
1.5.3 Affectation par chargement stochastique	34
1.5.4 Algorithme Chrono-SPT	34
1.5.5 Modélisation du parking	38
1.6 Systèmes d'information	40
1.6.1 Le paradoxe de Braess	41
1.6.2 Importance des systèmes d'information	42
1.7 modélisation orienté agents	44
1.7.1 Caractéristiques des agents	45
1.7.2 Organisation dans les systèmes multi agents	46
1.7.3 Langage de communication agent	47
1.7.4 Application des SMA dans le domaine du transport	48

1.8	Véhicules autonomes	50
2	Système multi-agent d'affectation dynamique monomodale	55
2.1	Introduction	55
2.2	Modèle proposé	55
2.2.1	Notations: Variables du réseau	56
2.2.2	Variables du temps	57
2.3	Modèle d'affectation	57
2.3.1	Formulation du problème	57
2.4	Modèle multi-agent	60
2.4.1	Agent central	60
2.4.2	Agent véhicule	61
2.4.3	Agent arc	62
2.4.4	Architecture générale	62
2.5	Description de l'automate cellulaire	64
2.5.1	Comparaison avec des modèles connus	67
2.5.2	Justification du choix du modèle d'automate cellulaire	68
2.5.3	Extension du modèle	68
2.6	algorithme de résolution	69
2.6.1	Etape1: Initialisation	69
2.6.2	Chargement dynamique du réseau	70
2.7	Implémentation	71
2.8	Conclusion	78
2.9	Annexe sur le simulateur	78
3	Système multi-agent d'affectation dynamique multimodale	81
3.1	Introduction	81
3.2	Modèle proposé	81
3.2.1	Notations des variables du réseau	81
3.2.2	Notations des variables du temps	82
3.3	Modèle d'affectation	83
3.3.1	Formulation du problème	83
3.4	Le graphe multimodale	83
3.5	Analyse de complexité	83
3.6	Modèle multi-agent	84
3.6.1	Agent central	84
3.6.2	Agent utilisateur	85
3.6.3	Agent arc	86
3.6.4	Agent nœud	87
3.6.5	Agent mode	89

3.6.6	Agent ligne	89
3.6.7	Architecture générale	89
3.7	Algorithme d'affectation	92
3.8	Algorithme de Calcul de plus court chemin	93
3.8.1	Etape1: Initialisation	93
3.8.2	Chargement dynamique du réseau	93
3.9	Communications entre agents	94
3.9.1	Communication agent central-agent utilisateur	94
3.9.2	Communication agent utilisateur-agent arc	94
3.10	Contrôle d'un système par information: modèle simplifié	95
3.10.1	Calcul du coût associé au modèle	97
3.10.2	Contrôle optimal du système: Conditions de Pontryagin	100
3.10.3	Résolution numérique	104
3.11	Importance de l'information donnée aux utilisateurs dans les réseaux multimodaux	105
3.11.1	Rappel sur le paradoxe de Braess	105
3.11.2	Calcul de l'équilibre statique sans information	106
3.11.3	Calcul d'équilibre avec information	108
3.11.4	Résumé	110
3.11.5	Résultats numériques	110
3.12	Modèle d'affectation avec commutation	113
3.12.1	Modèle de coût pour le mode véhicule	113
3.12.2	Modèle de coût pour le mode bus	114
3.12.3	Modèle de coût pour le mode parking	114
3.12.4	Conditions d'équilibre	115
3.12.5	Etapes de résolution	115
3.12.6	Discussion	117
3.13	Extension du modèle	118
3.14	Conclusion	121
4	L'introduction de véhicules autonomes	127
4.1	Introduction	127
4.2	Définition du calcul autonome	127
4.3	Simulation multi-agent	128
4.3.1	Présentation des scénarios	128
4.3.2	Comparaison entre les différents scénarios	133
4.4	Etude théorique sur l'introduction d'un système de transport multimodal	134
4.4.1	Rappel du modèle	134
4.4.2	Modèle de coût pour le mode véhicule	134

4.4.3	Modèle de coût pour le mode bus	135
4.4.4	Modèle de coût pour le mode parking	135
4.4.5	Conditions d'équilibre	135
4.4.6	Introduction de la ligne autonome	136
4.4.7	Discussion	137
4.5	Conclusion	139
Conclusion		141
Bibliographie		143

Liste des Illustrations

1.1	Exemple de modélisation par un graphe de transit	16
1.2	Graphe espace-temps	17
1.3	Modelisation d'un réseau par un hypergraphe	23
1.4	Modélisation d'un réseau par un hypergraphe	23
1.5	Graphe d'illustration de la méthode de Nagurney	30
1.6	Illustration de l'équilibre de Wardrop	31
1.7	Calcul de l'équilibre	31
1.8	Non unicité de l'équilibre	32
1.9	Graphe du paradox de Braess	41
2.1	Diagramme d'activité de l'agent central	61
2.2	Diagramme d'activité de l'agent véhicule	63
2.3	Diagramme d'activité de l'agent arc	64
2.4	Diagramme des séquences du modèle multi agent	65
2.5	Déplacement d'un agent sur un arc suivant le modèle d'automate cellulaire	67
2.6	Courbe du temps par rapport à la position dans le modèle d'automate cellulaire	67
2.7	Nouvelle représentation de la courbe du temps par rapport à la po- sition dans le modèle d'automate cellulaire	68
2.8	Description de l'automate cellulaire	71
2.9	Graphe de simulation	71
2.10	Evolution du temps de parcours sur les arcs	72
2.11	Taux d'occupation sur les arcs	72

2.12	Taux d'occupation moyen sur chaque arc	73
2.13	Temps de parcours moyen sur chaque arc	73
2.14	Carte de la ville de Newcastle	74
2.15	Réseau de Newcastle dans le simulateur	75
2.16	Réseau de Newcastle dans le simulateur avec les 3 chemins	76
2.17	Evolution du temps de parcours obtenu par le simulateur sur le chemin 1	77
2.18	Evolution du temps de parcours obtenu par le simulateur sur le chemin 2	77
2.19	Evolution du temps de parcours obtenu par le simulateur sur le chemin 3	78
2.20	Interface graphique: comment ajouter une ligne	80
3.1	Définition du graphe multimodal	84
3.2	Diagramme d'activité de l'agent central	86
3.3	Diagramme d'activité de l'agent utilisateur	87
3.4	Diagramme d'activité de l'agent arc	88
3.5	Diagramme d'activité de l'agent nœud	88
3.6	Diagramme d'activité de l'agent mode	90
3.7	Diagramme d'activité de l'agent ligne	91
3.8	Diagramme des séquences du modèle multi agent	92
3.9	Description du graphe multimodal	94
3.10	Graphe avec k itinéraires	95
3.11	Représentation de la demande en fonction du temps	96
3.12	Profil du nombre d'usager n_k	97
3.13	Débit de sortie pour l'itinéraire k	97
3.14	Débit de sortie avec demande de type trafic	98
3.15	Cout obtenu grâce au débit de sortie	98
3.16	Définition de la fonction coût	99
3.17	Déduction du débit de sortie par la fonction coût	99
3.18	Graphe du paradoxe de Braess	106
3.19	Graphe multimodal	111
3.20	Comparaison des coûts sur le chemin 1 avec la présence d'usagers informés et leur absence	112
3.21	Comparaison des coûts sur le chemin 2 avec la présence d'usagers informés et leur absence	112
3.22	Comparaison des coûts sur le chemin 3 avec la présence d'usagers informés et leur absence	112
3.23	Description du graphe multimodal pour le modèle d'affectation avec commutation	115
3.24	Distribution de la demande le long des 3 chemins	116

3.25	Fraction des usagers sur les trois chemins	117
3.26	Distribution de la demande le long des 3 chemins avec une plus grande capacité de parking	117
3.27	Fraction des usagers sur les trois chemins avec une plus grande ca- pacité de parking	118
3.28	Distribution de la demande le long des 3 chemins	121
3.29	Fraction des usagers sur les trois chemins	122
4.1	Réseau multimodal	129
4.2	Evolution du temps de parcours par rapport au nombre de véhicules pour le scénario de base	130
4.3	Evolution du temps de parcours par rapport au nombre de véhicules pour le scénario 1	131
4.4	Evolution du temps de parcours par rapport au nombre de véhicules pour le scénario 2	131
4.5	Evolution du temps de parcours par rapport au nombre de véhicules pour le scénario 3	132
4.6	Evolution du temps de parcours par rapport au nombre de véhicules pour le scénario 4	132
4.7	Evolution du temps de parcours par rapport au nombre de véhicules pour le scénario 5	133
4.8	Evolution des temps de parcours sur l'autoroute	134
4.9	Description du graphe mutlimodal pour l'introduction d'une ligne autonome	136
4.10	Distribution de la demande le long des trois chemins après l'introduction de la ligne autonome	137
4.11	Fractions des demandes des 3 chemins sur la demande totale après l'introduction de la ligne autonome	137
4.12	Distribution de la demande le long des trois chemins après l'introduction de la ligne autonome et une plus grande capacité de parking	138
4.13	Fractions des demandes des 3 chemins sur la demande totale après l'introduction de la ligne autonome et une plus grande capacité de parking	138

*A ma famille, qui m'a donné tous les moyens de réussir!
Qui a toujours cru en moi et n'a jamais cessé de m'encourager*

Remerciements

Il est nécessaire de réserver quelques mots afin de remercier les personnes qui m'ont aidé à réaliser ce petit bout de recherche. Que ce soit les personnes qui ont eu un rapport direct avec mes travaux, qui m'ont aidé à évoluer et avancer, ou celles qui ont tout simplement été présentes durant les moments durs et qui m'ont aidé à les surpasser grâce à leurs petits mots d'encouragement. D'avance pardon à ceux que j'aurais malgré tout oublier.

Pour commencer, j'adresse toute ma reconnaissance à mes trois encadrants, Jean-Patrick Lebacque, Neila Bhouiri et Habib Haj-Salem. Cela a été un réel plaisir de travailler sous leurs directions. Merci pour le temps que vous m'avez consacré, les conseils très valeureux que vous m'avez passé et tous vos encouragements. Je remercie aussi le Dr. Fabio Galatioto et le Pr. Margareth Bell qui ont eu la sympathie de m'accueillir à l'université de Newcastle pour un séjour scientifique d'un mois et de m'avoir passé des données qui ont permis d'apporter une contribution conséquente à mes travaux.

Il est aussi nécessaire de remercier l'action COST qui a financé ce voyage scientifique et qui a fait naître une collaboration entre le GRETTIA et l'université de Newcastle et qui a abouti à la publication d'un article au congrès international ITS.

Je tiens bien évidemment à remercier les membres de mon jury de thèse qui ont accepté d'évaluer mon travail. Je remercie M. Saïd Mammar et M. Markos Papageorgiou qui ont accepté la lourde tâche de rapporter ce mémoire, mais aussi M. Fabio Galatioto qui nous a fait l'honneur de faire partie du jury d'évaluation. Je les remercie pour le temps et l'énergie consacrés à l'évaluation de ma contribution et pour leurs remarques judicieuses et constructives.

Un grand merci à mes collègues de travail qui ont rendu mon quotidien agréable durant ces trois dernières années.

Nos pauses déjeuner, nos petites pauses qui finissaient souvent par des débats insensés mais aussi nos petites retrouvailles en dehors du cadre du travail m'ont permis de tisser des liens avec vous. Ainsi, au fil du temps, le terme "collègue" ne suffisait plus à vous qualifier. Vous êtes devenus ma famille. Je tenais à vous remercier un à un, la liste est longue et j'espère n'oublier personne.

Merci au gang des filles (Johanna et Rony). Aujourd'hui on se retrouve éloignés à cause de notre situation géographique, cependant le gang continue de résister. Merci à Hani El-Assaad, Josquin Fouillaron, Matthieu Mastio, Andry Randriamanamihaga, Guillaume Costeseque, Amine Othmane, Mohamed Khalil El Mahersi, Wissam Sammouri, Thomas Monamy Moncef Toumi, Rémi Sainet, Farida Manseur, Feirouz Ksontini, Anne-Sarah Briand, et ceux de passage David Abellanas, Arthur de La Rochefoucauld, Asma Khelifi, Dora-Lee Borg, Nacira Guerrouahene ou encore Luis Blanche.

Pour leurs aides diverses, je tiens à remercier Joëlle Guillot et Annie Thuilot du secrétariat du GRETTIA, Méranh Karounna et Nathalie Galéa du secrétariat général de l'IFSTTAR, Sylvie Cach du secrétariat de l'Ecole Doctorale MSTIC et également Mustapha Tendjaoui (sans qui rien ne fonctionnerait au GRETTIA). Pour tout leur soutien et attentions je remercie Régine Seidowsky, Latifa Oukhellou, Etienne Come, Gérard Scemama, Maurice Aron, Pierre-Alain Hoyau, Nadir Farhi, Simon Cohen, Xavier Louis, Jean-Louis Maupu (fournisseur officiel de madeleines), Louisa Kahal, Sophie Midenet, Sonia Adélé, Corinne Dionisio, et l'ensemble des membres du GRETTIA. Durant cette thèse, je me suis aussi investie au sein de l'association de l'IFSTTAR, l'ASCE. Je tiens donc à remercier tous les membres du bureau à commencer par Manuel Le pape, avec qui j'ai eu le plaisir de travailler directement dans le cadre des activités culturelles du bureau. Mais aussi, Carlos De-melo, Christelle Evrard, Cyril Zerrougui, Damien Ingrosso, Fabrice Viennne, Françoise Dudouyt, Gérard Platret, Isn'ie Rusani, Jean-Daniel Simitambe, Jean-François Bouteloup, Jeanne Bata, Laurent Bouillaut, Malika Kahal, Pascal Mariette, Sylvie Koudoukouho, Teddy Fen-Chong, Gregory Benet et finalement Pierre Launay qui a eu le courage de reprendre la lourde tâche de représentant des doctorants.

Merci à mes amis qui m'ont supporté pendant cette période stressante, qui ont veillé avec moi, qui ont eu la gentillesse de relire ma thèse, m'ont aidé à déboguer mon code ou même contribué à construire les illustrations. Merci à vous, Amina, Yougourthen, Rony, Adel, Mennad, Matthieu, Johanna, Mohamed, Rémi, Youghou, Billel, Melissa, Sara, Ilham, Moncef, Anne-Sarah, Régine. Ces mêmes personnes ont été présentes à ma soutenance et ont eu la gentillesse de prendre en charge l'organisation du pot de soutenance.

Enfin, mes derniers mots et mes plus tendres pensées vont à ma famille et à mes proches, mes parents adorés qui m'ont tout donné, mes adorables sœurs, qui m'ont surtout appris la patience. Merci pour votre soutien constant, vos encouragements et l'affection indéfectible que vous me prodiguez.

Résumé

L'objectif de ce travail consiste à réaliser un système dynamique d'aide aux déplacements multimodaux pour les voyageurs équipés d'un système d'information tout en prenant en considération les usagers non équipés de ce type de système. Le travail est alors divisé en deux parties: Une partie conception et développement et une partie étude. La partie développement consiste à construire l'outil informatique d'aide aux déplacements grâce à une modélisation multi-agent et qui renvoie à l'utilisateur un itinéraire qui satisfait ces besoins et ceux du réseau. La partie étude quant à elle, consiste en une approche plus théorique qui consiste à déterminer l'impact de l'information sur les coûts des itinéraires, l'impact de la réorientation des usagers vers les transports en commun sur le réseau routier ainsi que l'intérêt de passer vers des véhicules autonomes.

Mots-clés

Optimisation, théorie des graphes, systèmes multi-agents, affectation dynamique, multimodalité, systèmes d'information, véhicules autonomes

Abstract

The objective of this work consists on the realization of a dynamic guidance system in a multimodal network for users equipped with an information device while taking into account users that are not equipped with such devices. The work is organized in two parts: a conception part and a theoretical study part. The conception part consists on the development of the guidance tool using a multiagent architecture. This tool assists users in their daily travels by giving them the

itinerary that suits best not only their needs but also the overall network.

The theoretical study emphasizes on how the performance of the network can be enhanced. To do so, three main studies will be presented: the impact of the information on the cost of the itineraries, the impact of the reorientation of users towards transportation systems on the road network and finally the benefits of introducing autonomous vehicles.

Key-words

Optimisation, graph theory, multi-agent systems, dynamic assignment, multi-modality, information systems, autonomous vehicles

Introduction

De nos jours, les réseaux de transport au sein d'une ville sont de plus en plus complexes. Un voyageur possédant un véhicule particulier se voit alors confronté aux problèmes de congestion, ce qui retarde son trajet et lui apporte un certain inconfort que les gestionnaires souhaitent éviter.

De plus, les autorités se sont fixés des objectifs de réduction des émissions de CO₂ pour des raisons environnementales. Pour cette finalité, on incite les voyageurs à réduire l'usage du véhicule particulier et à favoriser les transports en commun.

Ce qui relève une problématique plus importante qui est l'inter-modalité. En effet, selon l'importance ou la complexité d'une ville, l'usager peut être amené à utiliser plusieurs modes de transport afin d'effectuer son trajet. Prenons l'exemple d'une personne domiciliée en banlieue et dont le lieu de travail se trouve au centre. L'idéal pour cette personne serait de prendre son véhicule jusque dans la périphérie de la ville, garer sa voiture dans un parking relai pour ensuite finir son trajet en transport en commun pour éviter la congestion.

Pour mettre au point un modèle d'affectation qui propose à un usager un trajet inter-modal, il faudrait représenter les réseaux de chaque mode, puis les croiser afin de créer des chemins multimodaux ce qui fait exploser le nombre d'arcs. Le problème d'affectation étant un problème NP-difficile, sa résolution avec un algorithme exact est quasi impossible. C'est là alors qu'interviennent les modèles multi-agents.

Les systèmes multi-agents permettent de modéliser les interactions entre les différents types d'entités impliqués dans le modèle. Notamment les relations utilisateurs-utilisateurs et utilisateurs-opérateurs qui sont modélisés de façon assez lourde dans un modèle classique alors qu'elles sont modélisés de manière implicite dans un modèle multi-agents. C'est cette réduction de complexité qui nous a poussé à modéliser notre problème en utilisant un modèle multi-agents.

Un autre aspect très important que l'on ne doit pas oublier de prendre en compte est l'évolution constante de la technologie et son implication dans le domaine du

transport. Les usagers utilisent de plus en plus des applications web ou mobile pour avoir des informations sur l'état du réseau, ou même pour obtenir le meilleur itinéraire possible. La RATP à paris, par exemple, propose à ses abonnés une application qui leur indique l'itinéraire à prendre pour effectuer leurs trajets. Les utilisateurs peuvent alors choisir parmi plusieurs options, le plus rapide, le moins de correspondances,... Dans le même ordre d'idées, notre modèle s'adresse aux usagers munis d'un système d'information qui permet donc de les tracer et d'avoir une meilleure perception de l'état du réseau. Cependant, il prend aussi en compte les utilisateurs qui ne possèdent pas de système d'information et dont les déplacements sont basés uniquement sur leurs connaissances à priori du réseau. Cette modélisation nous permettra alors de répondre à la question: "Les systèmes d'information améliorent-ils l'état du réseau"?

L'idée d'introduire des véhicules autonomes ou "intelligents" devient de plus en plus répandue. Se serait la suite logique pour l'implosion technologique dont on est témoins depuis plusieurs années. Dans ce manuscrit, nous allons inclure le transport autonome dans notre liste de modes de transport puis nous allons tenter de constater s'il y a ou pas une amélioration dans l'efficacité du réseau.

Le manuscrit est organisé en 4 chapitres:

Le chapitre 1 présente l'état de l'art, où nous avons tenté de donner une idée globale sur les travaux de recherche qui ont été entrepris premièrement en termes de modélisation du graphe multimodal puis dans le domaine de l'affectation statique et dynamique. Nous présenterons ensuite les systèmes multiagents et leurs applications dans le domaine du transport, notamment le transport multimodal. Enfin nous définirons le calcul autonome ainsi que son implication dans le transport.

Le chapitre 2 présente le modèle multi-agent pour l'affectation dynamique des voyageurs dans un réseau routier. Les entités impliquées dans le modèle seront présentées et le fonctionnement général détaillé.

Le modèle sera d'abord testé sur un réseau de petite taille pour être ensuite étendu à un réseau beaucoup plus grand et qui représente la ville de Newcastle au Royaume-Uni. Le choix de ce réseau s'est fait lors d'un séjour scientifique d'un mois à l'Université de Newcastle. Le modèle sera alors validé en comparant les résultats aux données réelles fournies par cette université.

Le chapitre 3 présente le modèle multi-agent pour l'affectation dynamique multimodale des voyageurs. Le modèle sera testé sur un petit réseau, ou on considèrera les modes auto, bus et métro.

On effectuera alors des variations sur la proportion d'usagers informés présents dans le réseau afin d'établir si l'information que l'on donne aux usagers affecte l'état du réseau. Pour cela, une étude théorique sur le paradoxe de Braess sera présentée.

Nous présenterons par la suite, un modèle d'affectation qui modélise un parking afin

d'étudier son impact sur le transfert des usagers du mode auto vers le transport en commun.

Dans le chapitre 4, nous allons introduire les véhicules autonomes et étudier leur apport sur l'équilibre du système.

Cette thèse a donné lieu à la présentation des articles suivants en conférences internationales:

Conférences internationales

- Atmani D., Galatioto F., Bhourri N. , Franco P., Bell M, Lebacque J.P, Haj-Salem H.; "Towards autonomic transport systems in a multi-modal environment"; ITS 2015; Bordeaux, France
- Atmani D., Lebacque J.P, Bhourri N. ,Haj-Salem H. ; “Multi agent dynamic traffic assignment on guided vehicles”, First International Conference on Transportation and Logistics; ICTL'2015; May 13-14, 2015 ; Sousse, Tunisia.
- Atmani D., Galatioto F., Bhourri N. , Franco P., Lebacque J.P. ,Bell M., Haj-Salem H. ; “Towards the introduction of an autonomous transportation line in a multimodal transportation system” ; 1st price in ARTS ECR 2015, 27th-28th May 2015 La Valletta, Malta.
- Atmani D., Lebacque J-P, Bhourri N, Haj-Salem H; “Dynamic assignment with user information in multimodal networks” ; EWGT 2014, 2nd-4th July 2014; Sevilla, Spain
- Atmani D., Lebacque J-P, Bhourri N, Haj-Salem H; “A simulation-based model for dynamic traffic assignment on guided vehicles” ; ICNAAM 2014; 22nd-28th September 2014; Rhodes, Greece

Chapitre 1

État de l’art

1.1 Introduction

Ce présent état de l’art a pour but de décrire les différentes approches que l’on trouve dans la littérature concernant l’affectation multimodale. On décrit d’abord les différentes manières de modéliser un graphe multimodal, puis présenter l’affectation statique ainsi que les différents algorithmes établis pour l’affectation multimodale dynamique. On présentera ensuite ce qui a été fait dans le cadre de l’affectation dynamique avec systèmes d’information étant donné que dans tout le travail présenté dans ce manuscrit, on assume qu’une certaine proportion de voyageurs est équipé d’un système d’information. Afin de souligner l’impact de cette information, une étude sur le paradoxe de Braess sera menée. Un rappel sur ce problème sera donc donné.

Notre simulateur ayant été modélisé par un système multi-agents nous présenterons une description de ces modèles ainsi que les travaux ayant utilisé ces systèmes pour résoudre le problème d’affectation. Pour finir, une section sera dédiée aux véhicules autonomes, que nous considérerons comme l’un des modes de transport dans ce travail.

1.2 Position du problème

1.2.1 Contexte

Les réseaux de transports deviennent de plus en plus complexes de nos jours. En effet, le réseau routier et le réseau de transport en commun ne cessent de s’étendre

dans le but de satisfaire la demande qui elle aussi ne cesse d'augmenter. Les utilisateurs sont donc contraints d'utiliser plusieurs modes de transports surtout pour effectuer les trajets banlieue-centre. D'où la nécessité d'avoir des modèles mathématiques simple et performants pour modéliser ce genre de problèmes.

Les évolutions technologiques font que les utilisateurs ainsi que les opérateurs de transport utilisent de plus en plus les systèmes d'informations. En effet, les usagers s'aident de ces systèmes d'informations dans le but d'avoir des informations en temps réel sur le réseau, informations qui sont procurées par les opérateurs qui eux l'utilisent comme un nouveau système de contrôle. Ainsi l'acquisition de données plus précises devient plus facile. Nous allons donc nous intéresser à deux types de problèmes: l'affectation prédictive des voyageurs et l'affectation réactive.

En recherche opérationnelle, le problème d'affectation consiste à déterminer un couplage maximum dans un graphe biparti valué. En transport, l'affectation consiste à calculer pour chaque utilisateur un itinéraire dont le temps de parcours serait optimal et à analyser l'interaction de l'ensemble des choix des usagers. Ainsi, l'affectation prédictive consiste à calculer un itinéraire optimal à l'origine que l'utilisateur devra respecter jusqu'à ce qu'il arrive à la destination désirée. L'utilisateur connaît donc bien le système et possède une bonne information, donc choisit à priori son itinéraire. Tandis que l'affectation réactive consiste non seulement à calculer l'itinéraire optimal à l'origine mais aussi à mettre à jour ce calcul au fur et à mesure que l'utilisateur se déplace sur le réseau. Ainsi, si arrivé à mi chemin, une route devient meilleure que celle choisie au départ, l'opérateur proposera un autre chemin que l'utilisateur est susceptible d'accepter.

1.3 Approches de traitement

1.3.1 Représentation du graphe multimodal

La modélisation du graphe multimodal est l'une des premières difficultés auxquelles nous nous retrouvons confrontés. La taille du réseau, ie: le nombre de nœuds et d'arcs dans un graphe intervient fortement dans la rapidité d'exécution des algorithmes d'affectation dynamique. Dans la littérature, on trouve différents types de modélisation.

1.3.1.1 Modélisation grâce à un graphe multimodal

Un graphe multimodal $G = (N, E)$, tel que N et E représentent respectivement les ensembles des nœuds et liens physiques, constitue la représentation d'un réseau de transport multimodal. Ainsi un nœud peut soit représenter une station de bus,

de métro un carrefour, De la même façon un arc peut représenter un tronçon routier, une voie de bus, une voie de métro ou un chemin piéton. Ce type de graphe est construit par la superposition des graphes modaux $G_m = (N_m, E_m)$, avec $m \in M$. L'ensemble de tous les modes de transport. On note N_m L'ensemble des nœuds du mode $m \in M$ et E_m l'ensemble des arcs du mode $m \in M$. Cette représentation est la plus naturelle et la plus simple et a été utilisée dans beaucoup de travaux, on cite notamment [38]. Cependant elle reste très complexe étant donné le nombre de nœuds et d'arcs. C'est pour cela que d'autres moyens de modélisation ont été introduits.

1.3.1.2 Graphe de transit

Ce type de graphe a été créé dans le but de représenter les réseaux de transports en commun. En effet, la particularité des transports en commun est que la modélisation des transferts entre différents services ainsi que l'affectation des flots de passagers vers de multiples services à partir du même tronçon de route sont requis. Ce type de représentation a été utilisé dans plusieurs travaux ([4], [44], [25]). On cite par exemple les travaux de [11] qui considère que le processus de transfert est décrit de la manière suivante

1. Parking du véhicule
2. Préparation à quitter le véhicule
3. Quitter le véhicule
4. Marcher jusqu'au point de transfert
5. Attente du prochain véhicule
6. Acquisition du véhicule
7. Embarquement dans le véhicule
8. Installation dans le véhicule

Dans ce document, nous donnons une définition simplifiée qui est décrite comme suit:

1. Parking du véhicule
2. Quitter le véhicule

3. Marcher vers le point de transfert.
4. Attendre le prochain véhicule.
5. Monter dans le véhicule

La figure suivante décrit un graphe de transit.

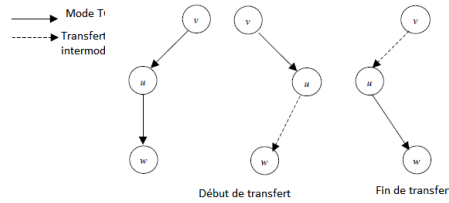


Fig 1.1 – Exemple de modélisation par un graphe de transit

1.3.1.3 Graphe Espace-temps

Un graphe espace-temps est un graphe qui représente les temps de départ ou d'arrivée à chaque nœud. Ici, un nœud possède deux étiquettes: La première est un nœud dans le réseau de routage et la seconde représente une séquence de temps. Ainsi, un nœud se trouvera représenté $(p + 1)$ fois, p représentant le nombre de pas de temps. De manière similaire, un arc est étendu à $(p + 1 - c_{ij})$, où c_{ij} représente le temps de parcours sur l'arc (i, j)

Ce type de représentation a été utilisé par [26], [21] et [22]. La figure suivante représente un graphe espace-temps.

Cette représentation est utilisée car elle présente des avantages que le graphe multimodal simple n'offre pas. Par exemple, [26] s'est intéressé à la recherche d'un plan de transport multi-pas en prenant en considération les différents moyens de transports en commun, à savoir: le bus, le train mais aussi la marche à pied ainsi que l'appel d'un taxi. Pour ce faire, le problème a été formulé comme un problème d'optimisation qui consiste à construire un ensemble I d'intervalles de temps dans le but de minimiser le coût total de transport soumis à une contrainte de temps. Un voyage est donc représenté comme étant une séquence d'intervalle de temps dont la taille est à déterminer. Le graphe le plus adapté dans ce cas est le graphe espace-temps car la représentation par un graphe multimodale classique ne permet pas d'intégrer la notion de temps tel que formulé dans ce modèle.

[21], [22] se sont intéressés aux stratégies de départ. Les utilisateurs sont affectés à des groupes selon l'intervalle de temps dans lequel ils souhaitent arriver.

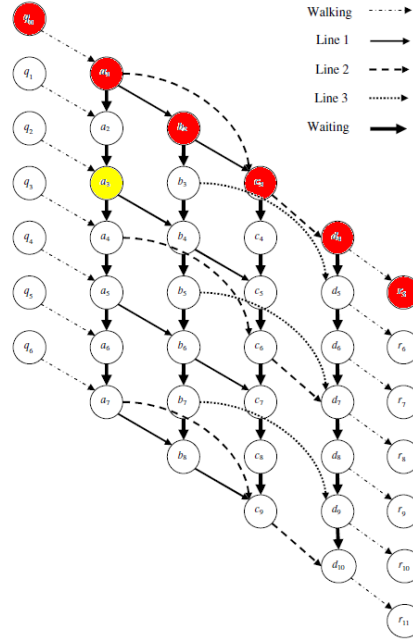


Fig 1.2 – Graphe espace-temps

Ensuite un ensemble de préférence est associé à chaque utilisateur. Un utilisateur, pour lequel est associée une paire O-D, aura le choix entre plusieurs stations de départ. Le coût de ces stratégies est calculé grâce à des probabilités d'accès sur chaque nœud et les flux sur les arcs. Les nœuds sont ordonnés selon un ordre topologique et chronologique et traité selon la discipline FCFS (First Come First Served).

1.3.1.4 Modélisation grâce à un graphe augmenté

On retrouve aussi la méthode dite par augmentation d'état. Cette méthode consiste à redéfinir les nœuds par des quadruplets (i, s, n, l) tel que

- Localisation (i): Variable d'état relié à la localité physique du nœud et est utilisée pour savoir si un nœud particulier est une origine, une destination, ou un point de transfert entre deux modes.
- État de transfert (s): Relié aux règles de transfert et encode le type de transfert.
- Transferts précédents (n): Indique le nombre de transferts qui ont déjà eu lieu et permet d'établir la contrainte sur le nombre maximale de transferts.

- Indicateur d'embarquement ou débarquement (l): Spécifie le statut d'un segment de voyage. Vaut 1 (0) au début (fin) d'un arc d'accès de véhicules, ou à la fin (début) d'un arc de transfert.

L'ensemble des arcs A est divisé en deux sous-ensembles $A = A_t \cup A_d$, tel que A_t est l'ensemble des arcs de transferts, et A_d l'ensemble des arcs d'accès directs.

La structure permet de restreindre automatiquement le nombre de transferts aux plus probables.

Cette méthode n'est pas très répandue dans la littérature. On retrouve tout de même des travaux ayant eu recours à cette modélisation. On cite notamment [19], [38], [37]. On a choisi de reprendre les travaux de [38] pour présenter cette méthode. Le but de cette représentation est de prendre en considération deux aspects qui ont été jusque-là négligés lors de la connexion des réseaux multimodaux.

- La prise en considération du type de transferts.
- L'accommodation des structures à coûts non linéaires.

Soit $M = (U, V)$ un réseau de transport partitionné en w sous-réseaux uni-modales $M_b = (U_b, V_b), b \in B$. b est un mode unique et B est l'ensemble de tous les modes tel que $|B| = w$.

Ces sous réseaux seront transformés en un seul réseau combiné par une procédure d'augmentation d'états. Le graphe obtenu à la fin est appelé réseau SAM.

Soit s un élément de l'ensemble des états de transferts S d'un réseau multi-modal. Chaque état est associé à un mode de transport noté $\eta(s) \in B$. L'ensemble des transferts probables de s est noté $\zeta(s)$, les éléments de cet ensemble sont notés g .

Création des arcs de transfert

Afin de créer les arcs de transfert, on essaye d'imaginer un graphe bi-partit où on a d'un côté les nœuds de débarquement (avec $l = 0$) et de l'autre les nœuds d'embarquement (avec $l = 1$). On connecte alors le nœud de débarquement $(i, s, n, 0)$ au nœud d'embarquement $(i, g, n + 1, 1)$ tel que

- $g \in \zeta(s)$
- $n + 1 \leq R$, tel que R est le nombre maximale de transferts autorisés.

L'effet de congestion pendant le transfert peut être modélisé en associant une fonction de performance à chaque arc de transfert.

Création des arcs directs

Un arc direct est créé entre chaque paire de nœuds connectés.

Un arc $a_{dsn}^{ij} \in A_d$ est construit pour connecter un nœud d'embarquement $(i, s, n, 1)$ à un nœud de débarquement $(j, s, n, 0)$ via le même état de transition s .

Classification des modes de transport

Les modes de transports sont affectés à trois classes différentes:

- Classe 1 (b_1): Regroupe les modes de transports ayant un droit de passage exclusif et sans interactions avec d'autres modes de transport. Un exemple de ce mode est le métro.
- Classe 2 (b_2): Regroupe les modes de transports ayant la même infrastructure que les modes en troisième classe. A cette restriction près, dans ce mode les itinéraires et les fréquences de passage sont fixés au préalable. Un exemple de ce type de mode est le bus
- Classe 3 (b_3): Regroupe les modes de transport privés tel que l'automobile. Les taxis et autolib peuvent être aussi considérés dans cette classe même s'ils ne sont pas tout à fait des modes privés.

Modes de transport de classe 1

Pour ce type de mode, et en l'absence de congestion, le temps de voyage est supposé fixe: $t_{b_1}^v = \omega_{b_1}^v, \forall v \in V_{b_1}$ et $\omega_{b_1}^v$ est une constante spécifique au mode de transport b_1 . Cependant, au fur et à mesure que le nombre de voyageurs augmente, le confort diminue, ce qui peut être pris en compte dans l'évaluation monétaire du temps de parcours.

Le temps de parcours est alors exprimé par:

$$c_{b_1}^v = c_{b_1}^v(t_{b_1}^v, f_{b_1}^v, C_{b_1}) \quad (1.1)$$

Ce qui veut dire que le temps de parcours est une fonction non linéaire du temps de parcours de l'arc $t_{b_1}^v$, du volume de passagers $f_{b_1}^v$ et la capacité du mode C_{b_1} .

Le temps de parcours perçu pour un arc direct appartenant à la classe 1 peut être alors exprimé par :

$$C_{dsn}^{ij} = \sum_{v \in V_{b_1}} \delta(a_{dsn}^{ij}, v) c_{b_1}^v, \forall i, j \in U_{b_1}, \forall a_{dsn}^{ij}, \eta(s) = b_1 \quad (1.2)$$

Ou $\delta(a_{dsn}^{ij}, v) = 1$ si l'arc physique v est dans un arc direct a_{dsn}^{ij} et 0 sinon. La fonction d'utilité est représentée par:

$$\psi_{a_{dsn}^{ij}} = \gamma_{b_1} - \gamma_1 c_{dsn}^{ij} - \gamma_2 \rho_{b_1}^{ij}, \forall i, j \in U_{b_1}, \forall a_{dsn}^{ij} \text{ tel que } \eta(s) = b_1 \quad (1.3)$$

γ_{b_1} est une constante spécifique au mode b_1 . γ_1 et γ_2 sont respectivement les coefficients du temps de parcours c_{dsn}^{ij} et du péage $\rho_{b_1}^{ij}$.

Modes de transport de classe 2

Le volume total de trafic sur un arc v est:

$$x_v = x_{v_2} + x_{v_3} \quad (1.4)$$

tel que $x_{v_2} = \sum_{b_2} \delta(b_2, v) F_{b_2} E_{b_2}$ est le volume total de trafic pour la classe 2 et x_{v_3} est le volume total de trafic pour la classe 3.

Le temps de parcours perçu pour aller de i à j dans un mode de classe 2 est:

$$C_{dsn}^{ij} = \sum_{v \in V_{b_2}} \delta(a_{dsn}^{ij}, v) c_{b_2}^v, \forall i, j \in U_{b_2}, \forall a_{dsn}^{ij}, \eta(s) = b_2 \quad (1.5)$$

La fonction d'utilité est représentée par:

$$\psi_{a_{dsn}^{ij}} = \gamma_{b_2} - \gamma_1 c_{dsn}^{ij} - \gamma_2 \rho_{b_2}^{ij}, \forall i, j \in U_{b_2}, \forall a_{dsn}^{ij} \text{ tel que } \eta(s) = b_2 \quad (1.6)$$

Modes de transport de classe 3

Dans cette classe, l'itinéraire dépend de la congestion. L'utilité d'un arc direct dans la classe 3 est exprimé par:

$$\psi_{a_{dsn}^{ij}} = \hat{\pi}^{ij}, \forall a_{dsn}^{ij} \text{ tel que } \eta(s) = b_3 \quad (1.7)$$

Ou $\hat{\pi}^{ij}$ est l'utilité maximale entre i et j à l'équilibre.

Soit O_{b_3} l'occupation moyenne, alors le volume du trafic associé aux arcs directs est exprimé par le rapport $\frac{f_{dsn}^{ij}}{O_{b_3}}$.

Le trafic entre i et j est déterminé par

$$f_{b_3}^{ij} = \sum_{s,n} f_{dsn}^{ij} \forall s : \eta(s) = b_3 \quad (1.8)$$

Le trafic sur un arc v est déterminé par

$$x_{v_3} = \sum_{b_3} \sum_{ij} \sum_{k \in K_{b_3}^{ij}} \delta(k, v) P_k \frac{f_{b_3}^{ij}}{O_{b_3}} E_{b_3} \quad (1.9)$$

Le temps de parcours est défini par

$$t_k^{ij} = \sum_{v \in V_{b_3}} \delta(k, v) t_{b_3}^v, \forall i, j \in U_{b_3}, k \in K_{b_3}^{ij} \quad (1.10)$$

L'utilité associée à une route k est donnée par

$$\pi_k^{ij} = \gamma_{b_3} - \gamma_1 t_k^{ij} - \gamma_2 \rho_k^{ij}, \forall i, j \in U_{b_3}, k \in K_{b_3}^{ij} \quad (1.11)$$

Le facteur de proportion du flot sur la route correspond à un modèle Logit et est donné comme suit

$$P_k = \frac{\exp(\theta \pi_k^{ij})}{\sum_{l \in K_{b_3}^{ij}} \exp(\theta \pi_l^{ij})} \quad (1.12)$$

L'utilité maximale espérée est alors

$$\hat{\pi}^{ij} = \frac{1}{\theta} \ln \left[\sum_{k \in K_{b_3}^{ij}} \exp(\theta \pi_k^{ij}) \right] \quad (1.13)$$

L'utilité d'une route p entre une origine et une destination dans le réseau multimodal SAM est

$$\xi_p^{rs} = \sum_a \delta(p, a) \psi_a \quad (1.14)$$

1.3.1.5 Modélisation par Hypergraphe

Le graphe multimodal peut aussi être représenté grâce à un hypergraphe $H = (V, E)$ ([40], [58], [16]). On retrouve cette modélisation dans [6], où un nœud représente une localisation ou un état et un arc une phase de voyage. Le réseau modale d'un mode $m \in M$ est alors représenté par un sous hyper graphe de G qui est noté $G_m = (N_m, V_m)$.

Un hypergraphe $H = (V, E)$ est un graphe tel que les arêtes ne relient plus un ou deux sommets, mais un nombre quelconque de sommets. $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ tel que les éléments de V représentent les sommets de H . $E = E_1, E_2, \dots, E_m$, ou m est la taille de l'hypergraphe, est une famille de parties non vides de V et représentent les arêtes de H . L'ordre de l'hypergraphe est le nombre de sommets de H .

Soit $G = (N, A)$ tel que N représente l'ensemble des nœuds et A l'ensemble des arcs. On appelle alors une stratégie une application qui associe à chaque nœud j un ensemble ordonné de nœuds représentant les successeurs. Soit E_j l'ensemble contenant tous les sous-ensembles de l'étoile sortante (j^+) ou rentrante (j^-) correspondant au nœud j . Une stratégie s assigne alors à chaque nœud j un élément $E_j^s \in E_j$. Prenons en exemple le cas d'un réseau de transit. Dans ce cas, une stratégie spécifie, à chaque nœud, un ensemble de lignes potentielles. On associe à chaque stratégie s une probabilité π_{jk}^s d'atteindre le nœud $k \in E_j^s$ à partir du nœud j .

La combinaison de la stratégie et de sa probabilité définit ce qu'on appelle un hyperchemin.

La différence entre un hyperchemin et un chemin élémentaire réside simplement dans le fait que dans un chemin élémentaire la probabilité d'accès est soit égale à 0 ou à 1. De plus, le coût d'un arc élémentaire est simplement la somme des coûts des arcs c_{ij} qui constituent le chemin. Dans un hypergraphe, le coût est défini comme étant le coût pondéré de tous les chemins élémentaires contenus dans l'hypergraphe. Soit w_j^s le coût de traverser un nœud j . Le coût d'une stratégie est donc défini comme suit

$$C^s = \sum_{p \in P^s} K_p^s \left(\sum_{(j,k) \in p} c_{jk} + \sum_{j \in p} w_j^s \right) \quad (1.15)$$

Où K_p^s est la probabilité sur le chemin qui est définie comme suit

$$K_p^s = \prod_{(j,k) \in p} \pi_{jk}^s \quad (1.16)$$

Hyperchemin le plus court

Un hyper chemin représente, pour une destination donnée, l'ensemble des arcs optimaux qui constituent un éventail de chemins, qui permet aux voyageurs venant d'une origine quelconque o de minimiser le temps total d'espérance pour arriver à cette destination. Chaque arc optimal contient une probabilité qui sert à répartir les flux.

On appelle sous-hyperchemin s' connectant j à r le sous graphe acyclique de $H(s)$ formé par l'union de tous les chemins connectant j à r . Le coût d'un sous-hyperchemin est alors dénoté par $C_j^{s'}$. ([50]) ont montré que ce coût pouvait être calculé grâce à la formule suivante:

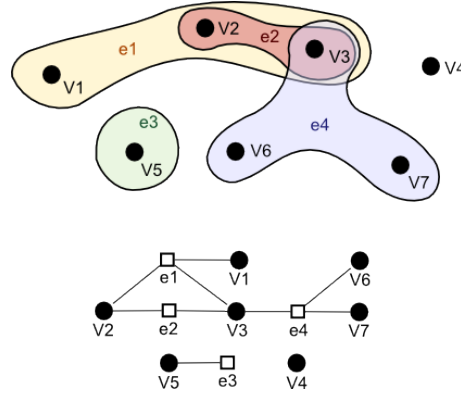


Fig 1.3 – Modélisation d'un réseau par un hypergraphe

$$C_h = \sum_{(i,j) \in A} a_{ij} x_{ij}^h + \sum_{i \in N} w_{ih}^h y_i^h \quad (1.17)$$

Où, w_i^h désigne le coût de traverser un nœud i et qui varie selon l'hyper chemin h .

$$w_i^h = g(b, \pi^h) \quad (1.18)$$

a_{ij} est le coût ordinaire de l'arc.

x_{ij}^h et y_i^h représentent respectivement le flot sur l'arc et le flot sur le nœud qui résultent de l'envoi d'une unité de flot de r vers s .

π_{ij}^h est la proportion de flot qui traverse le nœud i sur l'arc (i,j)

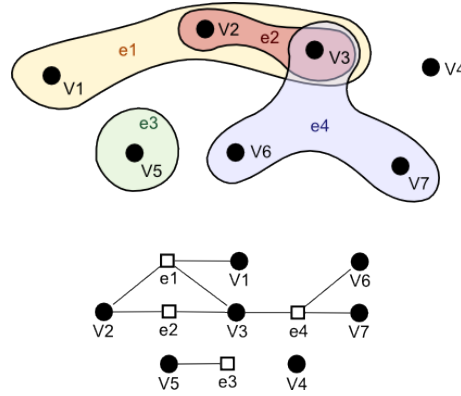


Fig 1.4 – Modélisation d'un réseau par un hypergraphe

Le choix de la représentation du graphe multimodale est très important pour réduire la complexité du problème. Cependant, le choix du graphe dépend aussi de la manière dont le problème est posé ainsi que de la stratégie choisie pour étudier l'équilibre du problème. Dans la prochaine section, nous verrons les différents types de modélisation pour le problème d'affectation dynamique dans les réseaux multimodaux.

1.3.2 Calcul d'équilibre

1.3.2.1 Equilibre de Wardrop

Dans un réseau de transport, le principe de Wardrop ([24], [57]) stipule que chaque usager se comporte de manière rationnelle et égoïste. Rationnel car il évalue les alternatives et égoïste car il choisit le meilleur itinéraire. Sa finalité étant de minimiser le coût généralisé du parcours. Ainsi, chaque usager aura intérêt à se reporter sur un itinéraire alternatif tant que le coût généralisé de celui-ci est inférieur au coût généralisé initial.

A l'équilibre, les coûts généralisés des utilisateurs sont identiques sur l'ensemble des itinéraires utilisés entre chaque origine et chaque destination. Soit S_{ij} le coût OD sur l'arc (i,j) , $\Gamma_p(f)$ le coût du chemin p et f_p le flot sur le chemin p . Dans ce cas, l'équilibre de Wardrop s'exprime mathématiquement de la façon suivante

$$S_{ij} = \Gamma_p(f), \forall p \in P_{ij}, f_p > 0 \quad (1.19)$$

$$S_{ij} \leq \Gamma_p(f), \forall p \in P_{ij}, f_p = 0 \quad (1.20)$$

1.3.2.2 Transformation de Beckman

La transformation de Beckmann ([24]) stipule que l'équilibre de Wardrop peut être écrit comme un problème d'optimisation de la manière suivante.

$$\text{Min} C = \sum_{a \in A} \int_0^{F_a} C_a(t) dt \quad (1.21)$$

$$T_{ij} = \sum_{p \in P_{ij}} f_p, \forall i, j \in \Omega \quad (1.22)$$

$$F_a = \sum_{a \in P} f_p, \forall a = G \quad (1.23)$$

$$f \geq 0 \quad (1.24)$$

C_a représente le coût de chaque arc $a \in A$, T_{ij} est la demande OD, P_{ij} est l'ensemble des chemins de l'OD.

Preuve d'équivalence

Soient s_{ij} et w_p les coefficients de Karush-Kuhn et Tucker (KKT) tel que s_{ij} est assigné à la contrainte $T_{ij} = \sum_{p \in P_{ij}} f_p$, $\forall i, j \in \Omega$ et w_p à la contrainte $f \geq 0$. Les conditions de KKT s'écrivent alors comme suit:

$$\begin{aligned} \partial_{f_p} C &= \sum_{a \in p} C_a(F_a) \\ \partial_{f_p} T_{ij} &= s_{ij}(p) \\ \partial_{f_p} G &= 1 \end{aligned} \quad (1.25)$$

Tel que F_a représente la demande sur l'arc a et est définie tel que

$$F_a = \sum_{p \ni a} f_p \quad (1.26)$$

Ce qui peut être réécrit de la façon suivante

$$\begin{aligned} \partial_{f_p} C &= s_{ij}(p) + w_p = \sum_{a \in p} C_a(F_a) = \Gamma_p(f) \\ w_p &\geq 0, f_p \geq 0, f_p w_p = 0 \end{aligned} \quad (1.27)$$

Ainsi nous obtenons le système suivant

$$\begin{aligned} \Gamma_p(f) &= s_{ij}, \text{ Si } f_p > 0, p \in (i,j) \\ \Gamma_p(f) &\geq s_{ij}, \text{ Si } f_p = 0, p \in (i,j) \end{aligned} \quad (1.28)$$

Les contraintes sont linéaires et le critère est convexe car les coûts $C_a(F_a)$ sont monotones croissants. Donc, les conditions de KKT sont nécessaires et suffisantes.

En conclusion, il y a bien équilibre. L'équivalence est donc prouvée!

Les coûts OD S_{ij} dans (1.20) et (1.21) ainsi que les coefficients de KKT s_{ij} sont identiques.

1.3.2.3 Équilibre stochastique

L'équilibre stochastique considère que les usagers ont un comportement rationnel et égoïste:

- Rationnel: L'utilisateur choisit son itinéraire selon des critères objectifs tel que: la durée du chemin, la sécurité, la fiabilité, le nombre de changements de modes, ([15], [8], [12])
- Égoïste: Il cherche à optimiser ces critères objectifs.

Différents modèles ont été introduits pour décrire les choix des utilisateurs concernant le mode de transport à choisir. On cite notamment, les modèles logit et probit. Le modèle logit reste le modèle le plus utilisé. Principalement car il est facile à calculer et parce que la distribution des choix est proche de ce que l'on utilise en statistique.

La forme mathématique d'un modèle de choix est déterminée par les hypothèses faites sur la description de la composante aléatoire de la fonction d'utilité.

La composante aléatoire décrit la variabilité du comportement individuel, l'incertitude sur les coûts, ainsi que les erreurs de modélisation (par exemple la non prise en compte de tous les aspects du comportement).

Les hypothèses qui mènent à un modèle logit sont les suivantes:

- La composante aléatoire suit une loi de Gumbel.
- Les composants de la composante aléatoire sont identiquement et indépendamment distribués sur les alternatives.
- Les composants de la composante aléatoire sont identiquement et indépendamment distribués sur les observations et les individus.

Habituellement, la composante aléatoire est exprimée par une loi normale. Cependant, dans le cas des modèles de choix, une loi normale nous mènerait à un modèle Probit qui possède des propriétés de calcul assez lourdes. En effet le modèle probit ne possède pas de formule explicite pour exprimer la probabilité de choix. La distribution de Gumbel paraît donc être la plus adaptée. En effet, celle-ci présente des avantages en terme de temps de calcul qui ne peuvent être négligés lorsque l'on doit procéder à une maximisation. ([13]). Notons que Bierlaire ([10]) a introduit une famille de lois qui généralisent la loi de Gumbel et qui permettent d'avoir des formules explicite pour la probabilité de choix (modèle GEV).

Considérons trois modes de transport: la voiture, le bus et le train. Une alternative consiste par exemple en le choix de l'un des modes cités précédemment.

Le modèle logit multimodal donne une probabilité de choix pour chaque alternative et qui s'exprime de la façon suivante:

$$Pr(i) = \frac{\exp(\theta V_i)}{\sum_{j=1}^J \exp(\theta V_j)} \quad (1.29)$$

Tel que : $Pr(i)$ est la probabilité de choisir l'alternative i et V_j l'utilité de l'alternative j . θ coefficient de sensibilité lié à la variance de la loi.

Le modèle logit possède 3 propriétés fondamentales:

- Il est une fonction sigmoïde.
- La probabilité de choix des alternatives dépend uniquement de la différence entre les utilités systématiques des différentes alternatives.
- Le ratio entre les probabilités de choisir deux alternatives est indépendant de la présence ou des attributs d'une autre alternative. En d'autres mots, la présence d'autres alternatives n'intervient pas dans la décision de choix entre deux alternatives dans une paire (IIA: Independence of Irrelevant Alternatives).

Cette dernière propriété peut être problématique. Le paradoxe bus bleu/bus rouge le souligne parfaitement.

Paradoxe bus bleu/ bus rouge

Considérons le cas où un voyageur pour effectuer un trajet a le choix entre prendre son véhicule personnel et un bus bleu.

La probabilité de choisir la voiture est de $\frac{2}{3}$ contre une probabilité de $\frac{1}{3}$ de choisir le bus bleu, avec une probabilité relative 2:1 compte tenu des utilités respectives de la voiture et du bus.

Supposons maintenant qu'un concurrent introduise une ligne de bus rouge sur le même chemin, qui utilise le même type de véhicule, possède le même calendrier et dessert les mêmes stations. La seule différence réside donc dans la couleur du bus.

On s'attendrait donc à ce que les probabilités de choix soient réparties de la façon suivante: $\frac{2}{3}$ pour le véhicule particulier, $\frac{1}{6}$ pour le bus rouge et $\frac{1}{6}$ pour le bus bleu.

La propriété du modèle logit fait qu'il veuille préserver la probabilité relative 2:1. Si on assume que les usagers sont indifférents à la couleur du bus, la probabilité relative devrait être de 1:1.

Ainsi les probabilités seraient réparties comme suit: $\frac{1}{2}$ pour le véhicule particulier, $\frac{1}{4}$ pour le bus bleu et $\frac{1}{4}$ pour le bus rouge.

Ainsi, la probabilité de choisir le véhicule particulier qui était au début de $\frac{2}{3}$ baisse à $\frac{1}{2}$.

$$\frac{e^{-\theta V_{vp}}}{e^{-\theta V_b}} = 2 \text{ Donc } \frac{e^{-\theta V_{vp}}}{e^{-\theta V_b} + e^{-\theta V_{vp}}} = \frac{1}{1/2+1} = \frac{2}{3}$$

$\frac{e^{-\theta V_{vp}}}{e^{-\theta V_{bi}}} = 2, i = \{R(\text{rouge}), B(\text{bleu})\}$ Donc $\frac{e^{-\theta V_{vp}}}{e^{-\theta V_{bB}} + e^{-\theta V_{bR}} + e^{-\theta V_{vp}}} = \frac{1}{1/2+1/2+1} = \frac{1}{2}$ Ce paradoxe souligne l'un des inconvénients du modèle logit. Le deuxième inconvénient de ce modèle réside dans la deuxième caractéristique. Pour y pallier, nous avons introduits le paramètre de sensibilité θ pour faire en sorte que la différence relative soit bien pertinente.

1.4 Affectation statique multimodale

Dans la section précédente, nous avons vu les différentes manières de modélisation ainsi que les types de graphes qui peuvent être utilisés pour le traitement du problème d'affectation dynamique.

L'affectation dynamique dans les réseaux multimodaux est un problème NP-difficile. La recherche d'un plan de transport optimal se fait en temps exponentiel, ce qui n'est pas très intéressant pour l'utilisateur qui désire effectuer ses déplacements journaliers ni pour l'opérateur qui lui s'intéresse plutôt à la gestion du système.

On formule souvent ce problème comme étant un problème d'évaluation du meilleur chemin auquel on adapte des algorithmes de calcul de plus court chemin déjà existants. Avant de nous attaquer à l'aspect dynamique, nous allons d'abord nous intéresser au problème statique.

1.4.1 Méthode de Nagurney

Dans cette section, nous allons présenter la méthode introduite par Anna Nagurney ([46], [47]).

Soit M l'ensemble des modes, ou $\mu \in M$ dénote un mode en particulier, $w \in W$ désigne une OD appartenant à l'ensemble de toutes les OD, $p \in P_w^\mu$ représente un chemin dans l'ensemble des chemins de mode μ et de l'OD w , f_p^μ est le flot sur le chemin $p \in P_w^\mu$, F_a^μ flot du mode μ sur un arc $a \in A$, A étant l'ensemble des arcs, H_p^μ est le coût du chemin $p \in P_w^\mu$ pour le mode μ , C_a^μ le coût de l'arc pour le mode μ , S_w^μ représente le coût OD w pour le mode μ .

Nous présentons une série de relations qui sont vraies par définition

- $D_w^\mu = \sum_{p \in P_w^\mu} f_p^\mu$
- $H_w^\mu = \sum_{a \in P} C_a^\mu$
- $F_a^\mu = \sum_{p \ni a} f_p^\mu$

Les conditions de Wardrop stipulent

- $S_w^\mu = H_p^\mu$ Si $p \in P_w^\mu$
- $S_w^\mu \leq H_p^\mu$ Si $p \in P_w^\mu$ et $f_p^\mu = 0$

Le domaine des contraintes K est donné comme suit

- $D_w^\mu = \sum_{p \in P_w^\mu} f_p^\mu$
- $f_p^\mu \geq 0, \forall p, \mu$

La méthode de Nagurney énonce que l'on peut retomber sur les conditions de Wardrop en définissant le projecteur. En effet, soit $f = P_K(f - tH(f))$.

$$f = (f_p^\mu)_{\mu \in M, w \in W, p \in P_w^\mu}$$

$$f - tH(f) = (f_p^\mu - tH_p^\mu(f))_{\mu \in M, w \in W, p \in P_w^\mu}$$

La difficulté réside alors dans l'écriture du projecteur $P_K(g)$. Pour ce faire, nous allons utiliser les conditions de Karush-Kuhn-Tucker. Le problème d'optimisation est donné comme suit

$$\text{Min}_{\frac{1}{2}} |f - g|^2$$

$$D_w^\mu = \sum_{p \in P_w^\mu} f_p^\mu, \forall w \in W, \forall \mu \in M \quad (1) \quad f_p^\mu \geq 0, \forall p, \mu \quad (2)$$

On affecte la variable σ_w^μ à la contrainte (1) et la variable π_p^μ à la contrainte (2).

On obtient alors:

$$f_p^\mu = g_p^\mu = \sigma_w^\mu + \pi_p^\mu$$

Tel que

- $\pi_p^\mu = 0$ Si $f_p^\mu > 0$
- $\pi_p^\mu > 0$ Si $f_p^\mu = 0$

On remplace alors g par $f - tH(f)$ et on obtient

$$f = P_K(f - tH(f))$$

$$f_p^\mu - (f_p^\mu - tH_p^\mu(f)) = \sigma_w^\mu + \pi_p^\mu$$

$$H_p^\mu(f) = \frac{\sigma_w^\mu}{t} + \frac{\pi_p^\mu}{t}$$

Le premier membre représente s_w^μ quant au deuxième membre il satisfait les conditions suivantes

- $\pi_p^\mu = 0$ Si $f_p^\mu > 0$
- $\pi_p^\mu > 0$ Si $f_p^\mu = 0$

On obtient alors les conditions de Wardrop. L'équivalence est donc prouvée. Afin de bien illustrer cette méthode, nous allons la présenter sur un cas collégial qui consiste à prendre un graphe simple avec deux itinéraires et deux modes m et n . Ce graphe est donné par la figure 1.5

Un coût C_i^μ est donné pour chaque itinéraire i représentant un mode μ . Ce coût est donné par l'équation suivante

$$C_i^\mu = \alpha_i^\mu + \sum_{\nu=m,n} \beta_{i,\nu}^\mu F_i^\mu \quad (1.30)$$

Ou, F_i^μ est le débit pour l'itinéraire i et le mode μ .

$\beta_{i,\nu}^\mu$ est un coefficient modal qui permet de modéliser la dépendance du flux sur un

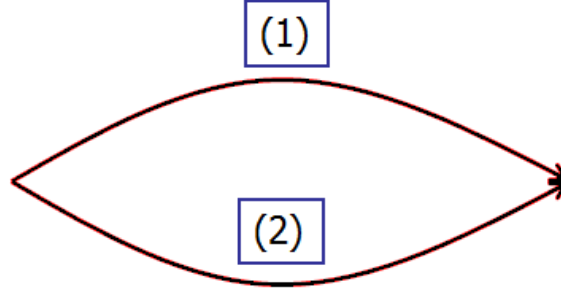


Fig 1.5 – Graphe d'illustration de la méthode de Nagurney

mode par les autres modes.

La demande sur chaque mode μ donné est définie par D^μ .

Afin de réduire le nombre de variables, on exprime les demandes par modes selon la demande sur l'itinéraire 1. On aura alors

$$f^\mu = F_1^\mu, \forall \mu = m, n \quad (1.31)$$

$$F_2^\mu = D^\mu - F_1^\mu, \forall \mu = m, n \quad (1.32)$$

Les coûts par itinéraire sont alors donnés comme suit

$$C_1^\mu = \alpha_1^\mu + \beta_{1m}^\mu f^m + \beta_{1n}^\mu f^n \quad (1.33)$$

$$C_2^\mu = \bar{\alpha}_2^\mu - \beta_{2m}^\mu f^m - \beta_{2n}^\mu f^n \quad (1.34)$$

Avec,

$$\bar{\alpha}_2^m = \alpha_2^m + \beta_{2m}^m D^m + \beta_{2n}^m D^n \quad (1.35)$$

On applique alors le principe de Wardrop qui stipule que les usagers s'affectent sur l'itinéraire de coût minimum et on donne la définition

$$\Delta C^\mu = C_1^\mu - C_2^\mu \quad (1.36)$$

Les conditions d'équilibre sont alors données comme suit

- Si $\Delta C^\mu = 0$, $f^\mu = F_1^\mu \in [0, D^\mu]$ est à déterminer. Dans ce cas les deux itinéraires sont utilisés
- Si $\Delta C^\mu > 0 \Rightarrow f^\mu = 0$ Ce qui veut dire que tous les usagers se trouvent sur l'itinéraire 2.
- $\Delta C^\mu < 0 \Rightarrow f^\mu = D^\mu$ Ce qui veut dire que tous les usagers se trouvent sur l'itinéraire 1.

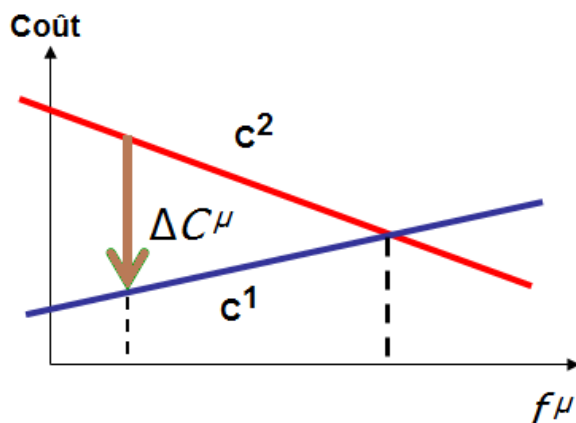


Fig 1.6 – Illustration de l'équilibre de Wardrop

On présente alors un processus dynamique qui permet de calculer f^μ progressivement en prenant que sa différentielle est égale à l'opposé de ΔC^μ comme le montre l'équation suivante.

$$\dot{f}^\mu = -\Delta C^\mu \quad (1.37)$$

Ainsi, quand on est hors équilibre

- Si $\Delta C^\mu < 0$ il faut augmenter f^μ pour se rapprocher de l'équilibre.
- Si $\Delta C^\mu > 0$ il faut diminuer f^μ pour se rapprocher de l'équilibre.

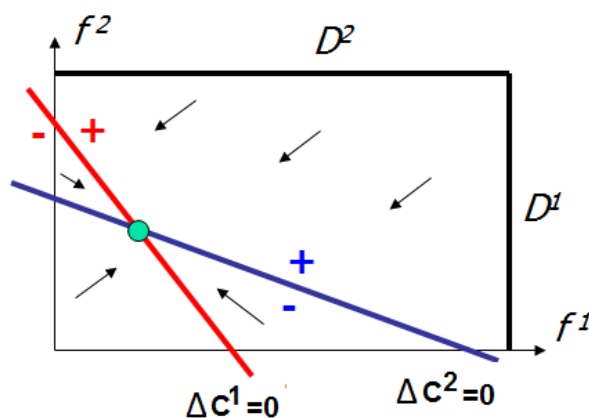


Fig 1.7 – Calcul de l'équilibre

L'inconvénient est que cette méthode ne donne pas unicité de l'équilibre. On peut effectivement avoir plusieurs points d'équilibre comme le montre la figure 1.8

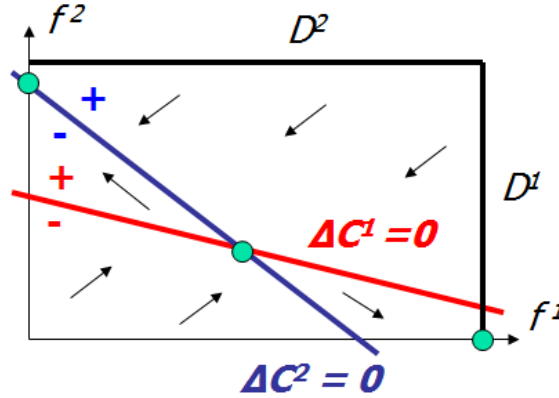


Fig 1.8 – Non unicité de l'équilibre

1.4.2 Généralisation de la méthode

La méthode présentée dans la section précédente est spécifique au cas où nous avons deux modes et deux itinéraires. Nous allons développer à présent la méthode générale.

Soit K le domaine des contraintes sur les débits par itinéraires. P_K le projecteur sur K et $\Pi_{K,F}$ le projecteur sur $T_F K$, l'espace tangent à K en F .

Nous appelons, champs de Nagurney le vecteur $-C(F)$ qui représente la direction qu'il faut prendre pour atteindre l'équilibre. Le projecteur sur l'espace tangent $T_F K$ est calculé lorsque le champs de Nagurney prend une direction se trouvant à l'extérieur du domaine K . Dans ce cas, le principe de Wardrop donne que le champ de Nagurney est toujours nul comme présenté dans l'équation suivante

$$\Pi_{K,F}(-C(F)) = 0 \quad (1.38)$$

Le système dynamique est alors donné par l'équation suivante

$$\dot{F} = \Pi_{K,F}(-C(F)) \quad (1.39)$$

1.5 Algorithmes de résolution

1.5.1 Algorithme de Dijkstra

L'algorithme de Dijkstra est un algorithme en temps polynomial qui permet de résoudre le problème du plus court chemin.

Afin d'adapter cet algorithme au problème d'affectation dynamique, [26] ont défini un plan partiel représenté par une séquence d'arcs: $O \rightarrow \dots p(i) \rightarrow i$ qui implique

l'arrivée au nœud $p(i)$ avec un temps minimal.

Le principe de la procédure est alors:

- Soient $p(i)$ la localisation du nœud i et $z(i)$ le coût cumulé sur le nœud.
- Choisir un nœud i_0 tel que $p(i_0) = 0$ et $z(i_0) = 0$.
- Choisir un nœud i de coût minimal n'ayant pas subi de branchement.
- Si $p(i) = D$, Arrêter la procédure.
- Chercher un service qui propose de partir dans l'intervalle de temps désiré par l'utilisateur et construire un nœud j qui sera desservi par ce service puis l'insérer dans le graphe.
- La procédure sera arrêtée quand il n'y aura plus de nœuds à traiter.

Cette procédure est utilisée dans le cas des transports en commun et déjà son implémentation n'est pas triviale. L'implémentation dans le cas intermodale (transports en commun, transport privé) serait alors encore plus complexe. D'autant plus que cette procédure est appliquée sur un graphe espace-temps.

1.5.2 Programmation dynamique

Ayant en entrée un graphe espace-temps dont les nœuds sont ordonnés selon un ordre topologique inverse, [21] ont utilisé un algorithme de programmation dynamique dans le but de calculer la stratégie de coût minimum. Avant de présenter les étapes de l'algorithme, nous allons d'abord définir l'ordre topologique. Un tri topologique d'un graphe acyclique orienté est un ordre qui consiste à déterminer l'ordre de visite des sommets tel qu'un sommet soit toujours visité avant ses successeurs. Pour cela, il suffit d'effectuer un parcours en profondeur du graphe, au cours duquel on empile chaque sommet une fois ses successeurs visités. Dans un ordre inverse, il faut vérifier que, s'il existe un arc de s vers t , alors le numéro de s est plus grand que celui de t .

Les étapes de l'algorithme sont données comme suit

- On cherche le nœud sur lequel le coût est minimum.
- On initialise l'ensemble des préférences de l'utilisateur à ce nœud la.

- On calcule le temps de départ optimal comme étant le temps qui minimise le coût pour arriver à destination.
- Pour obtenir la stratégie optimale, on parcourt le graphe dans l'ordre topologique en s'aidant de l'ensemble des préférences optimales pour choisir le successeur à chaque étape.

Notons que cet algorithme converge pour des graphes relativement petits.

1.5.3 Affectation par chargement stochastique

Cette procédure a été utilisée par [38], elle consiste à

- Transformation du réseau multimodal en un graphe simple par une procédure d'augmentation d'états.
- Pratiquer un chargement stochastique de réseau sur le graphe G basé sur l'utilité $c^1 = \{\psi_a, \forall a \in A\}$ afin d'obtenir des flots de liaison $f^1 = \{f_a, \forall a \in A\}$.
n:=1
- Mise à jour: Utiliser f^n pour mettre à jour les utilités.
- Appliquer une procédure de chargement de réseau stochastique basée sur l'utilité des arcs, ce qui entrainera un pattern de flots de liaison auxiliaire.
- Calcul du nouveau pattern de flot de liaison: $f^{n+1} = f^n + (\frac{1}{n})(\bar{f}^n - f^n)$
- Vérifier si cette affectation est convergente pour un tau τ : $\max_a |\bar{f}^n - f^n| \leq \tau$.
Sinon réitération: n:= n+1.

Dans cette méthode, le nombre et type de transferts sont considérés de manière explicite. Cependant, ce n'est valable que dans le cas où il existe qu'un seul voyageur. Le cas multi voyageur n'a pas été traité.

1.5.4 Algorithme Chrono-SPT

Une modification Chrono-SPT a été proposée par [39] dans le but d'obtenir un chemin viable.

Avant de s'intéresser à cet algorithme nous allons d'abord définir le problème tel qu'il a été posé par les auteurs.

Soit $G = (N, A)$ un graphe et T l'arbre de plus court chemin prenant racine à l'origine o dirigé vers $i, \forall i \in N$, P un chemin allant de o à d et M l'ensemble de tous les modes de transport.

Le réseau multimodal est alors constitué de $|M|$ réseaux, ou chaque réseau correspond à un mode de transport et ces réseaux sont reliés entre eux par des arcs de transfert. Chaque réseau est alors noté par $G_r = (N_r, A_r), \forall r \in M$.

Les différents modes de transport considérés sont: le mode privé (v), le métro (m), les transferts inter-modes (t), les autres moyens de transports seront notés par b .

Un chemin viable est alors un chemin qui ne contient pas:

- Plus d'un sous-chemin de métro maximal, i.e.: Un sous chemin composé de nœuds i tel que $i \in N_m$, ou
- Un sous-chemin privé maximal avec o comme nœud de départ.

Dans cet article, les auteurs considèrent que l'on peut procéder à la concaténation de deux chemins P_1, P_2 si:

- Les deux chemins contiennent un sous-chemin de métro, alors l'extrémité terminale du sous chemin de métro maximal de P_1 est l'extrémité initiale du sous chemin de métro de P_2 .
- P_2 contient un sous-chemin privé, alors P_1 est un chemin monomodale privé.

Chaque chemin viable peut être clustérisé en 5 groupes dépendant de la concaténation des modes dans les chemins. Ces groupes sont alors appelés états du chemin viable.

Un état est associé à chaque chemin viable et un chemin qui n'est pas viable ne se verra donc associé à aucun état.

On appelle transition d'un état s_1 à un état s via un arc de mode r , l'action d'obtention d'un chemin d'état s par la concaténation d'un chemin d'état s_1 avec un arc de mode r .

L'ensemble des états est noté par S et $R : S \rightarrow S$ définit une relation binaire qui indique la préférence d'un certain état comparé à un autre. On a alors, $s_u R s_l$ si:

- Les modes contraignants utilisés dans s_u (modes privés ou métros) sont des sous-ensembles des modes contraignants utilisés dans le chemin d'état s_l

- Si un chemin d'état s_l utilise un mode contraignant, alors le chemin d'état s_u est en train d'utiliser ce mode ou alors ne l'a jamais utilisé.

Description du problème

Le problème est de trouver un plus court chemin qui respecte le coût généralisé, ou un tel coût ne contient pas le nombre de transferts intermodaux, tel que le nombre de transferts totale ne dépasse pas k .

On aura alors un problème multicritères ou le premier critère est le coût de transfert et le second critère est le nombre de transferts.

La formulation mathématique est alors la suivante:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{Si arc } (i,j) \in A_r, r \in M, \text{ est choisi} \\ 0, & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$y_j = \begin{cases} 1, & \text{Si le mode metro est pris jusqu'au nœud } j \in N, \\ 0, & \text{Sinon} \end{cases}$$

c_{ij} coût d'un arc $(i,j) \in A_r, r \in M$

Le programme linéaire en nombre binaires est décrit comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min Z = \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \\ \sum_{i \in N_j^-} x_{ij} - \sum_{l \in N_j^+} x_{jl} = \begin{cases} 1, & \text{Si } j = o, \\ 0, & \forall j \in N, j \neq o, d \\ 1, & \text{Si } j = d \end{cases} \\ \sum_{l \in N_{iv}^-} x_{li} \geq x_{ij}, \forall (i,j) \in A_v, i \neq o, \\ y_j - y_i + x_{ij} \leq 1, \forall (i,j) \notin A_m \\ y_j - y_i - x_{ij} \geq -1, \forall (i,j) \notin A_m \\ y_j - y_i + x_{ij} + \sum_{l \in N_{im}^-} x_{li} \leq 2, \forall (i,j) \in A_m \\ y_j - y_i - x_{ij} + \sum_{l \in N_{im}^-} x_{li} \geq 0, \forall (i,j) \in A_m \\ \sum_{(i,j) \in A_t} x_{ij} \leq k, \\ y_j \in \{0,1\}, \forall j \in N \\ x_{ij} \in \{0,1\} \forall i,j \in N \end{array} \right.$$

La première contrainte permet d'obtenir un chemin de o vers d .

La seconde contrainte assure que si l'arc prédécesseur d'un mode d'arc privé est un

mode d'arc privé lui aussi.

Les contraintes (3)-(6) contrôlent l'utilisation du mode métro. La contrainte (7) garantit que le nombre de transferts ne dépasse pas k .

On voit bien que dans ce modèle mathématique, l'affectation des voyageurs n'est pas du tout prise en compte. Le but est de trouver un chemin viable sans prendre en considération le nombre de voyageurs ni l'état du trafic. La capacité des véhicules n'est pas prise en compte non plus.

Algorithme de résolution

Une modification Chrono-SPT à été proposée pour résoudre ce problème. Cet algorithme enregistre les coûts, le nombre de transferts et l'état des chemins allant de l'origine vers tout nœud visité i . L'état est utilisé pour vérifier la viabilité des chemins obtenus par la concaténation et évite la génération de chemins viables à états non préférés.

Cet algorithme consiste à rechercher un chemin qui améliore le coût actuel en rajoutant un seul transfert en plus, la procédure est ensuite réitérée jusqu'à ce que le nombre de transferts atteigne la borne k .

Une paire $[j,s]$ est étiquetée si le coût pour atteindre j via un chemin d'état s (C_j^s) à été amélioré en utilisant l'arc (i,j) .

Soient VP_{oi} un chemin viable de l'origine vers le nœud i , Q_{now} l'ensemble contenant les paires de nœuds d'états étiquetés indiquant les chemins à h transferts et Q_{next} indique les chemins à $h + 1$ transferts.

Si un arc de voyage (i,j) améliore le coût du chemin VP_{oj} et que le nombre de transferts dans VP_{oi} est égale au nombre de transferts dans VP_{oj} alors la paire $[j,s]$ est ajoutée à l'ensemble Q_{now} .

Si un arc (i,j) est un arc de transfert et que le nombre de transferts dans VP_{oi} est égal au nombre de transferts dans VP_{oj} plus un, alors la paire $[j,s]$ est ajoutée à l'ensemble Q_{next} .

Ceci implique qu'à une itération h , le nombre de transferts modaux dans VP_{oj} d'état s est égale à h pour l'ensemble des éléments de Q_{now} et $h + 1$ pour Q_{next} .

Soit $lastlabel_i^s$ le coût du dernier chemin VP_{oi} d'état s et correspondant au nombre de transferts inférieur au h actuel. Si $C_i^s \geq lastlabel_i^s$, alors le chemin VP_{oi} d'état s avec h nombre de transferts est un chemin dominé qui ne sera plus considéré.

Si $C_i^s < lastlabel_i^s$, alors VP_{oi} d'état s et h nombre de transferts est non dominé et $lastlabel_i^s = C_i^s$.

Tous les chemins VP_{od} qui sont dominés sont éliminés ce qui laisse un ensemble

Pareto-optimale.

Conclusions

L'algorithme présenté permet de trouver un plus court chemin viable. Cependant, la structure du réseau n'est pas spécifiée. Il serait intéressant de connaître la performance de l'algorithme par rapport au nombre de nœuds et d'arcs de transfert. Les changements de modes ne sont pas pris en considération dans le coût généralisé. L'algorithme n'effectue pas l'affectation des voyageurs, il se contente de renvoyer un ensemble non dominé de chemin et c'est ensuite aux voyageurs de choisir le chemin qui leurs convient. Le problème avec cette démarche, est que des chemins peuvent modifier le coût.

La capacité des véhicules et la congestion ne sont pas prises en considération. Ce qui fait que théoriquement, le chemin est viable mais en pratique il peut ne pas l'être du tout.

1.5.5 Modélisation du parking

La pertinence de modéliser un système de parking dans un graphe multimodal vient de la nécessité de faire la liaison entre les deux modes privés et transport en commun.

En anglais le schéma est appelé Park and Ride (P&R) et désigne des parkings situés en périphérie d'une ville et à proximité de transports en commun. Il a connu un vif succès dans la ville d'Amsterdam qui a pour objectif de réduire au maximum l'utilisation de la voiture.

Ainsi, dans le cadre multimodal, le (P&R) serait considéré comme un mode supplémentaire, ou les infrastructures seraient représentées par des nœuds qui seraient reliés aux autres modes par des arcs de transfert.

Plusieurs études conduites aux Royaumes unis ainsi qu'aux Etats Unis d'Amérique, ont démontré que ce type d'infrastructures permet de réduire la congestion, on cite notamment ([56]; [28]; [51]).

La première question que l'on se pose lors de la mise au point de ce type de projet est "Ou installer cette infrastructure?". En effet, la proximité a d'autres types de transport, ou a d'autres points d'intérêt peut influencer de façon importante sur le temps de parcours. [27] et [17] ont alors développé des outils d'aide à la décision qui combinent des systèmes d'apprentissage à des systèmes d'information géographique afin de déterminer la localisation optimale pour un parking.

Une fois la question de la localité réglée, on s'intéresse aux modèles d'affectation

multimodale avec transition par un parking.

[33] ont formulé le problème de recherche du plus court chemin multimodal par des inégalités variationnelles afin de prendre en compte simultanément, le choix des voyageurs, le mode de transport, le chemin à prendre, les points de transfert et le choix du parking.

Ce modèle est défini par les équations (1-13)

$$\begin{aligned}
 & \sum_{rs} \sum_{i \in I_{rs}} \sum_{p \in P_{rs}^a} U_{rs,ip}^a (f_{rs,ip}^a - f_{rs,ip}^{a*}) + \sum_{rs} \sum_{p \in P_{rs}^b} U_{rs,p}^b (f_{rs,p}^b - f_{rs,p}^{b*}) \\
 & + \sum_{(r,t)} \sum_{p \in P_{rs,t}^c \cap P_{rs}^c} T_{rs,p}^c (f_{rs,p}^c - f_{rs,p}^{c*}) + \sum_{(r,s)} \sum_{p \in P_{rs,t}^c \cap P_{rs}^c} T_{rs,p}^c (f_{rs,p}^c - f_{rs,p}^{c*}) \\
 & + \sum_{rs} \sum_{m \in \{a,b,c\}} \frac{1}{\theta} \left(\ln \frac{q_{rs}^m}{Q_{rs}^*} + \zeta^m \right) (q_{rs}^m - q_{rs}^{m*}) \\
 & - \sum_{rs} D_{rs}^{-1} (Q_{rs}^*) (Q_{rs} - Q_{rs}^*) \geq 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

subject to

$$Q_{rs} = \sum_{m \in \{a,b,c\}} q_{rs}^m \quad \forall r \in R, s \in S \tag{2}$$

$$q_{rs}^a = \sum_{i \in I_{rs}} q_{rs,i}^a \quad \forall r \in R, s \in S \tag{3}$$

$$q_{rs}^c = \sum_{t \in T_{rs}} q_{rs,t}^c \quad \forall r \in R, s \in S \tag{4}$$

$$q_{rs,i}^a = \sum_{p \in P_{rs,i}^a} f_{rs,ip}^a \quad \forall i \in I_{rs}, r \in R, s \in S \tag{5}$$

$$q_{rs}^b = \sum_{p \in P_{rs}^b} f_{rs,p}^b \quad \forall r \in R, s \in S \tag{6}$$

$$q_{rs}^c = \sum_{p \in P_{rs,t}^c \cap P_{rs}^c} f_{rs,p}^c \quad \forall (r, t) \tag{7}$$

$$q_{rs,t}^c = \sum_{p \in P_{rs,t}^c \cap P_{rs}^c} f_{rs,p}^c \quad \forall (t', s) \tag{8}$$

$$\sum_{rs} q_{rs,t}^c = \gamma_t \quad \forall t \in T_{rs}, r \in R, s \in S \tag{9}$$

$$\sum_{s \in S} q_{rs,t}^c = q_{rt}^c \quad \forall (r, t) \tag{10}$$

$$\sum_{r \in R} q_{rs,t}^c = q_{ts}^c \quad \forall (t', s) \tag{11}$$

$$f_{rs,ip}^a, f_{rs,p}^b, f_{rs,p}^c, f_{rs,p}^c \geq 0 \quad \forall i \in I_{rs}, t \in T_{rs}, (r, t), (t', s) \tag{12}$$

$$Q_{rs}, q_{rs}^m, q_{rs,i}^a, q_{rs,t}^c, q_{rs,t}^c, q_{rs,t}^c \geq 0 \quad \forall i \in I_{rs}, t \in T_{rs}, (r, t), (t', s), m \in \{a,b,c\} \tag{13}$$

L'équation (2) représente la contrainte de conservation de flot par mode. Les équations (3) et (4) représentent les contraintes de conservation de la demande de parking respectivement pour les modes auto et (P&R).

Les équations (5) à (8) sont les contraintes de conservations de flot par chemin pour les modes auto, marche-métro, et (P&R) respectivement. L'équation (9) est la contrainte de conservation du transfert de la demande sur un site t du mode (P&R). L'équation (10) assure que la demande à l'origine r avec un changement sur le site t du (P&R) équivaut la demande totale allant de l'origine r vers toutes les destinations traversant le site t du (P&R).

L'équation (11) assure que la demande au P&R avec une destination s et un transfert au site t équivaut la demande totale allant vers la destination s et démarrant de toutes les origines passant par le site t .

Les contraintes (12) et (13) sont les contraintes de non négativité des variables flot et demande, respectivement.

Dans [36] on évoque une autre manière de représentation qui consiste à utiliser un modèle de point fixe avec solution unique pour l'équilibre.

En effet, les auteurs ont considéré un réseau multimodal contenant les modes auto, transport en commun, et P&R. Les transferts dans le P&R ont été modélisés par des pseudo-arcs. Etant donné la perception erroné de l'utilisateur vis-à-vis du temps et la présence d'une valeur du temps aléatoire, le coût total du voyage sur chaque chemin est une variable aléatoire. C'est pour cela qu'un modèle de choix discret a été adopté afin d'analyser l'équilibre du réseau ce qui a amené à un problème de point fixe qui est ensuite résolu par une méthode dite du coût moyenné (Cost Averaging)

[18] a formulé le problème d'équilibre en assumant que les fonctions coûts étaient symétriques.

En résumé, Ces différentes approches ont toutes permis d'arriver à la même conclusion qui est que la création d'un service de parking qui permettrait la transition d'un mode auto vers un mode de transport en commun permet de réduire le coût total du trajet, si toutefois, le coût économique pour la création de cette infrastructure est raisonnable et la localité bien choisie.

1.6 Systèmes d'information

Comme il a été mentionné précédemment, les systèmes d'informations sont de plus en plus utilisés par les utilisateurs pour calculer leurs itinéraires. Dans cette thèse nous nous intéresserons à ce type d'information. En effet, nous allons effectuer des études analytiques sur le Paradoxe de Braess afin d'évaluer l'importance de cette

technologie. Avant d'introduire les études qui ont été menées concernant ce sujet, nous allons d'abord définir le paradoxe de Braess.

1.6.1 Le paradoxe de Braess

Le paradoxe de Braess est l'un des paradoxes les plus connus en transport. Il dit que l'ajout, dans un réseau, d'une nouvelle capacité peut entraîner, dans certains cas, la réduction de la performance globale du réseau. Alternativement, réduire la capacité d'un élément du réseau permet parfois d'améliorer la performance globale du réseau.

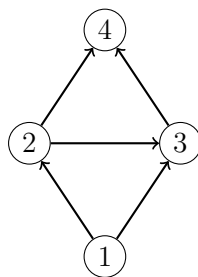


Fig 1.9 – Graphe du paradox de Braess

[48] présentent une formulation par inéquation variationnelle qui permet d'illustrer l'importance que représentent les différentes variables dépendant du temps tel que la demande.

Avant de présenter cette formulation nous allons d'abord présenter le problème du paradoxe de Braess formellement.

Considérons un réseau qui comporte 4 nœuds (1, 2, 3 et 4) et quatre arcs (a, b, c et d). On considère que l'origine est au nœud 1 et la destination au nœud 4. Il existe ainsi trois chemins qui relient O à D qui sont : $P_1 = (a, c)$ et $P_2 = (b, d)$.

On considère que la capacité des chemins est illimitée. Les fonctions coût sont données comme suit :

$$C_a(f_a) = 10f_a \quad (1.40)$$

$$C_b(f_b) = f_b + 50 \quad (1.41)$$

$$C_c(f_c) = f_c + 50 \quad (1.42)$$

$$C_d(f_d) = 10f_d \quad (1.43)$$

$$C_e(f_e) = 10 + f_e \quad (1.44)$$

L'équilibre peut être exprimé par la formulation de Beckman en résolvant le problème d'optimisation suivant

$$\begin{aligned}
Min \quad & 5f_a^2 + \frac{1}{2}f_b^2 + 50f_b + \frac{1}{2}f_c^2 + 50f_c + 5f_d^2 + 10f_e + \frac{1}{2}f_e^2 \\
f_a + f_e &= D \\
f_a - f_e - f_b &= 0 \\
f_c + f_e - f_d &= 0 \\
f_d + f_e &= D \\
f_a, f_b, f_c, f_d, f_e &\geq 0
\end{aligned}$$

En trafic, ce paradoxe a fait l'objet de plusieurs études. [35] ont introduit des bornes supérieures et inférieures pour la pire manifestation du paradoxe et prouvent que l'enlèvement de c arcs au plus du réseau réduirait la latence qui pourrait apparaître lors d'une congestion à l'équilibre par un facteur égale à au moins $c + 1$.

1.6.2 Importance des systèmes d'information

Des travaux visant à évaluer l'impact des système d'information des transports avancés (ATIS) ont déjà été entrepris ([1], [2], [3], [7]). Afin d'illustrer la démarche utilisée pour réaliser ce type d'études, nous avons choisi de présenter les travaux de [37] qui ont comparé deux modèles d'affectation: statique et dynamique. Pour ce faire, les hypothèses suivantes ont été établies:

- La matrice OD est donnée et fixé.
- Il n'y a pas d'accidents sur le réseau, donc les capacités des arcs sont fixés.
- Les voyageurs n'ont pas une information parfaite sur les conditions du réseau.

Un réseau de transport général avec flots OD multiples est considérés avec deux classes de conducteurs: ceux qui possèdent un système d'information (ATIS) et ceux qui ne le possèdent pas.

L'horizon de temps sur lequel se porte l'étude $[0, T]$ est discrétisé en M intervalles de longueur δ tel que $T = M.\delta$.

Principe du choix de route

Le choix d'itinéraire des deux types de conducteur est caractérisé par deux ensembles de conditions SDUO. Ces conditions stipulent que pour chaque paire

OD et chaque instant, les temps de parcours perçus par les conducteurs démarrant au même instant sont égaux et minimaux. Ces conditions sont alors exprimées par:

$$f_{p,i}^{rs}(t) = w_{p,i}^{rs}(t).q_i^{rs}(t), \forall rs, p, t, i \quad (1.45)$$

ou

$$w_{p,i}^{rs} = \frac{\exp(-\theta_i \cdot \eta_p^{rs}(t))}{\sum_k \exp(-\theta_i \cdot \eta_k^{rs}(t))} \quad (1.46)$$

$f_{p,i}^{rs}(t)$ et $w_{p,i}^{rs}$ représentent respectivement le flot et la proportion des voyageurs de classe i ($i = 1$ si le conducteur possède un système d'information (ATIS), $i = 2$ sinon) sur la route p entre la paire d'OD rs à l'instant t . $q_i^{rs}(t)$ est la demande sur une classe de voyageurs i entre une paire OD rs à l'instant t . $\eta_p^{rs}(t)$ est le temps de parcours moyen sur un chemin p entre une paire OD rs pour les conducteurs démarrant à l'instant t .

Afin d'obtenir la formulation statique, il suffit d'enlever l'indice du temps. Ces conditions seront alors réduites à un équilibre utilisateur stochastique (SUE).

Modélisation de la commercialisation d'un service ATIS

La commercialisation du service ATIS est modélisée de manière élastique. La fonction est alors la suivante:

$$q_1^{rs}(t) = \frac{\tilde{q}^{rs}(t)}{1 + \exp(C_N - B \cdot \phi^{rs}(t) - \psi)}, \forall rs, t \quad (1.47)$$

C_N représente le surcout, B représente la valeur du temps, ψ est un paramètre général dans la fonction de commercialisation qui capture des bénéfices supplémentaires. Pour simplifier les choses, ce paramètre sera considéré nul. La variable $\phi^{rs}(t)$ représente le gain en temps pour les conducteurs équipés du service entre une paire OD rs . Cette variable est définie par:

$$\phi^{rs}(t) = \left(\sum_p w_{p,2}^{rs}(t) \cdot \eta_p^{rs}(t) \right) - \left(\sum_p w_{p,1}^{rs}(t) \cdot \eta_p^{rs}(t) \right), \forall rs, t \quad (1.48)$$

Pour obtenir la formulation statique, il suffit d'enlever l'indice de temps dans les deux équations précédentes.

Détermination du temps de parcours

Les deux modèles diffèrent principalement dans la manière de modéliser le trafic et les temps de parcours. Dans l'approche dynamique, le modèle de trafic de flot dynamique CTM est utilisé afin de pouvoir calculer le temps de parcours sur chaque route $\eta_p^{rs}(t)$ qui est formulé comme suit:

$$\eta_p^{rs}(t) = \phi(f_1, f_2), \forall rs, p, t \quad (1.49)$$

Où $\phi(\cdot)$ représente l'unique mapping entre le temps de parcours et le flot.

Représentation du problème de complémentarité non linéaire

Afin de modéliser tous les aspects vus précédemment, y compris le principe du choix d'itinéraire, le temps de parcours et les coûts induits par les services ATIS, le modèle du problème de non-linéarité complémentaire *NCP* sera utilisé. Ce qui donnera les conditions suivantes pour le problème d'équilibre mixte:

$$\begin{cases} f_{p,i}^{rs}(t)(f_{p,i}^{rs}(t) - w_{p,i}^{rs}(t).q_i^{rs}(t)) = 0, & \forall rs, p, t, i, \\ f_{p,i}^{rs}(t) \geq 0, & \forall rs, p, i, t, \\ f_{p,i}^{rs}(t) - w_{p,i}^{rs}(t).q_i^{rs}(t) \geq 0, & \forall rs, p, t, i \end{cases} \quad (1.50)$$

Soit

$$x = [f_1^T, f_2^T]^T \in R_+^{n_1+n_2}, \quad (1.51)$$

$$F(x) = [f_{p,i}^{rs}(t) - w_{p,i}^{rs}(t).q_i^{rs}(t)] \in R_+^{n_1+n_2}, \quad (1.52)$$

Le problème de non linéarité complémentaire peut être alors exprimé comme suit:

$$\text{Trouver } x^* \geq 0 \text{ tel que : } x^{*T}.F(x^*) = 0, F(x^*) \geq 0 \quad (1.53)$$

Le NCP sera ensuite transformé en un problème de variation d'inégalité (VIP)

$$\text{Trouver } x^* \text{ tel que : } (x - x^*)^T F(x^*) \geq 0, \forall x \in R_+^{n_1+n_2} \quad (1.54)$$

1.7 modélisation orienté agents

La modélisation multi agent permet de simuler un ensemble d'entités appelés agents qui sont en interaction entre eux et avec leurs environnement.

Ce type de modélisation semble être le plus adapté pour notre problème étant donné sa complexité et les interactions entre les différents types d'entités impliqués dans notre modèle. Notamment les relations utilisateurs-utilisateurs et utilisateurs-opérateurs.

Les systèmes multi agents sont à l'intersection de deux grands domaines qui sont l'informatique distribuée et l'intelligence artificielle. Ils s'inspirent aussi d'études issues d'autres disciplines telles que la sociologie, les sciences cognitives, la physique statistique et physique des systèmes complexes (agents Browniens, agents autonomes (self driven agents), [23]).

En effet, ce sont ces disciplines annexes qui ont stimulé le développement des SMA étant donné que les recherches en intelligence artificielle avaient pour objectifs de créer et développer des logiciels pouvant simuler le raisonnement humain. Ces recherches ont ensuite évoluées vers des problématiques plus complexes et de plus grande échelle dépassant ainsi les capacités d'un agent unique. Les systèmes multi agents offrent une modularité qui permet de gérer ce type de complexité. En effet, elle implémente un type d'agent pour chaque composante du problème. Ces agents sont ensuite capables d'interagir et de se coordonner entre eux en se munissant de techniques de coopération et négociation.

1.7.1 Caractéristiques des agents

Avant de s'intéresser aux caractéristiques d'un agent, il est d'abord nécessaire de le définir.

Un agent est une entité interactive qui existe en tant que partie d'un environnement partagé par d'autres agents. C'est une entité conceptuelle, qui perçoit et agit avec initiative ou en réaction, dans un environnement où d'autres agents existent et interagissent les uns avec les autres, sur la base de connaissances partagées de communication et de représentation ([59]). Ces caractéristiques sont résumées comme suit:

- Autonome: Il possède ses propres ressources
- Adaptatif: Il s'ajuste à son environnement qui est plus au moins dynamique. En effet, il peut être réactif vis à vis des changements qui peuvent apparaître dans l'environnement ou proactif en prenant des initiatives par lui-même et en reconnaissant les opportunités.
- Rationnel: Il effectue les actions capables de maximiser sa mesure de performance
- Social: Il est capable de communiquer et d'effectuer différentes actions.

Cette liste de caractéristiques est non exhaustive. En effet, un agent peut aussi être qualifié de mobile, coopératif, égoïste, apprenant, ...

On distingue alors deux familles de systèmes multi agents: les systèmes d'agents cognitifs et les systèmes d'agents réactifs.

1. Systèmes d'agents cognitifs

- Représente de manière explicite l'environnement et les autres agents
- Peut tenir compte de son passé
- Mode social d'organisation
- Modélise un petit nombre d'agents

2. Systèmes d'agents réactifs

- Pas de représentation explicite de l'environnement
- Ne garde aucune mémoire concernant son historique
- Mode biologique d'organisation.
- Traite un grand nombre d'agents

3. Agents hybrides

- Possède des composants réactifs et cognitifs pour garantir un raisonnement de qualité.

1.7.2 Organisation dans les systèmes multi agents

1.7.2.1 Structures organisationnelles

On appelle organisation une structure contenant un groupe d'agents, un ensemble d'activités effectuées par les agents, un ensemble de connexions entre ces entités ainsi qu'un ensemble de buts ou de critères d'évaluation. Des contraintes concernant la nature de la communication ou de coordination sont imposées.

1.7.2.2 Coordination

La coordination représente un engagement effectué par des agents individuels agissant avec cohérence dans le but de créer une communauté. La coordination est nécessaire pour éviter les comportements chaotiques étant donné qu'aucun agent ne possède une vue globale sur le système. De plus, chaque agent possède des caractéristiques, capacités et expertises différentes.

La coordination nécessite une allocation des tâches qui consiste à affecter des responsabilités et ressources nécessaires à la résolution d'un problème éventuel. Ainsi,

les tâches peuvent être allouées d'avance ce qui impliquerait une non adaptabilité comme elles peuvent être allouées de façon dynamique ce qui assure une meilleure flexibilité.

La coordination inclut aussi la planification qui permet à un agent de constituer un processus de construction d'une séquence d'actions en tenant compte seulement des objectifs, des capacités et des contraintes environnementales.

1.7.2.3 Négociation

La négociation consiste pour un groupe d'agents d'atteindre un accord mutuel concernant une affaire donnée. Ce processus peut induire des échanges d'informations, des concessions, des mensonges ou des menaces. Elle revient alors à rechercher un consensus. La négociation peut être compétitive ou coopérative.

La négociation compétitive est utilisée dans des situations où des agents ayant des intérêts différents tentent de faire un choix de groupe.

La négociation coopérative quant à elle concerne les situations où les agents ont un but unique global envisagé pour le système.

1.7.2.4 Communication

La communication est un élément important dans les systèmes multi agents, elle permet aux agents d'interagir et d'échanger des informations. Ils peuvent ainsi, envoyer des messages directement ou accéder à une base de données partagée dans laquelle les informations sont postées.

Il existe plusieurs langages de communication qui se basent sur des actes avec des locutions. Les langages les plus connus sont le KQML (Knowledge Query Manipulation Language) et FIPA-ACL (Foundation for Intelligent Physical Agent-Agent Communication Language).

La syntaxe des deux langages est similaire mis à part certains noms de primitives réservées pour FIPA-ACL. Sa particularité consiste en un ensemble de messages avec une sémantique associée.

1.7.3 Langage de communication agent

Un langage multi agent est représenté par une structure de données qu'on appelle message et qui comprend les champs suivants:

- Émetteur
- Récepteur

- langage utilisé
- Ontologie
- Contenu du message

Dans ce document, on présentera deux langages: le langage KQML et le langage FIPA-ACL.

Le KQML pour knowledge query and manipulation language est basé sur le principe de séparation de la sémantique liée au protocole de communication de celle liée au contenu du message. Il est considéré comme étant le premier "standard" de communication et est supporté par plusieurs applications. De plus, il permet la création de nouvelles performatives, paramètres ou encore ontologies. Cependant, il présente quelques limites. En effet, il peut être ambigu et imprécis, ne prend pas en compte les conversations et ne contient pas de classes de performatives étant donné qu'il n'y a pas d'expressifs et de déclaratifs.

Le deuxième langage est le FIPA-ACL. FIPA pour foundation for intelligent physical agents. Ce langage possède la même syntaxe que KQML et possède en plus des protocoles explicites pour les échanges de messages.

Les principales différences entre KQML et ACL sont les suivantes:

- Tous deux possèdent la même syntaxe sauf pour les primitives. Par exemple: "tell" pour KQML et "inform" pour ACL
- Les primitives sont définies différemment. En effet, elles sont définies par les préconditions et post-conditions pour KQML et par la faisabilité et effet pour ACL.
- Les deux utilisent un langage différent pour décrire les états mentaux des agents.

1.7.4 Application des SMA dans le domaine du transport

On retrouve plusieurs travaux sur la modélisation multi-agents dans les réseaux de transport. On cite notamment le modèle de simulation sur le transport TRAN-SIMS (TRANSPORTATION Analysis and SIMulation System) [54]. Cette plateforme a été créée afin d'accompagner les unités de contrôle dans le but d'analyser de manière précise et complète les informations concernant l'impact du trafic et la pollution. Elle est basée sur des micro-simulations adoptant l'approche par activités afin de générer les déplacements d'individus au lieu de générer des matrices origines-destinations (O-D). Après avoir simulé ces activités, la plateforme planifie des

déplacements multimodaux qui les satisfont pour ensuite sélectionner une route adéquate et exécuter une micro simulation sur tous les véhicules. TRANSIMS tente d'affecter le plus court chemin aux individus en s'aidant de l'algorithme de Dijkstra, ou le temps de parcours sur les arcs est fourni par les micros simulations de cette plateforme.

L'écoulement du trafic dans TRANSIMS est basé sur un automate cellulaire, ou la route est composée de cellules et chaque cellule ne peut être occupée que par un seul véhicule à la fois. Le slot de simulation est de 1s, ou à chaque pas la vitesse est mise à jour. Ainsi, la position du véhicule est elle aussi mise à jour. On cite aussi MATSIM (Multi Agent Transport Simulation) qui est une plateforme de micro simulation implémentée comme étant une application Java. Cette plateforme, comme la précédente, adopte l'approche par activités afin de générer et simuler les déplacements d'individus. MATSim contient deux couches: Une couche physique qui simule l'environnement dans lequel les agents se déplacent et la couche mentale dans la laquelle les stratégies sont calculées. Le résultats des deux couches est échangé de manière itérative, produisant ainsi un trafic simulé sur un réseau routier a un niveau microscopique.

Dans la couche mentale, on distingue deux composants: l'agenda d'activités et le choix de route. Pour chaque agent, un agenda d'activités d'une durée de 24 heures est créé et la qualité de cet agenda est évaluée par un score qui lui est calculé par la somme des utilités des activités pratiquées ainsi que les désutilités des parcours connectant deux activités.

MATSIM utilise un modèle de file d'attente spatiale pour décrire la dynamique des véhicules.

[49] a adopté l'approche dite de "système de systèmes" pour définir et mettre au point une politique de transport urbain (parcours, parking, et stratégie de transport). Trois types d'agents sont alors affectés aux individus: Un agent interne qui vit et travaille dans la même zone d'étude, un agent interne qui habite dans la zone d'étude mais travaille en dehors, un agent externe qui habite en dehors de la zone d'étude mais travaille à l'intérieur de la zone. La simulation s'est faite sur la plateforme GAMA version 1.4, ou chaque parcelle de route ou de chemin et chaque bâtiment ont été représentés par des agents. Chaque individu possède un lieu de résidence ainsi qu'un lieu de travail, le nombre d'individus considérés est 10000 et le mouvement de ces individus est déterminé par un algorithme de plus court chemin.

Dans le cadre du transport multimodale on peut citer les travaux de [29] et [59]. On a choisi de s'attarder sur le travail de [59] qui a pour objectif la réalisation d'un système interactif d'aide aux déplacements dans un réseau de transports en commun. L'auteur définit alors dans son modèle six types d'agents:

Agent système, Agent responsable zone, Agent calcul chemin, Agent gestionnaire d'informations, Agent superviseur, Agent perturbation. L'agent système détermine les zones correspondant aux points A et B et recherche les points d'intersection entre eux. L'agent responsable zone lance ensuite l'agent calcul chemin pour que celui-ci puisse commencer le calcul du chemin optimal entre deux nœuds dans sa zone en utilisant une méthode hybride (couplage entre un algorithme de Dijkstra modifié et un algorithme génétique) qui récupère les données nécessaires via l'agent gestionnaire d'informations, ce dernier se charge aussi de sauvegarder les solutions retrouvées par l'agent calcul chemin. A la fin, l'agent système se charge de la concaténation des portions de chemins. L'agent superviseur contrôle l'état des réseaux pour signaler des perturbations éventuelles et se charge de créer l'agent perturbation dans ce cas-là. Notons que ce modèle a été simulé dans la plateforme JADE.

[29] s'est intéressé à la composition d'itinéraires dans les réseaux de transports multimodaux. Dans leurs modélisation, ils associent un agent d'information à chaque système d'information d'aide au déplacement d'un opérateur de transport qui se charge de fournir les informations nécessaires aux agents médiateurs ou courtiers, qui eux sont associés à chaque utilisateur et qui ont pour rôle de construire un graphe global $G(N, A)$, un graphe d'intersection complet G_{cint} et un graphe d'intersection étendu $G_{eint}(A, B)$ dès la réception de la requête globale $Req(A, B)$ et se charge aussi de la recherche ainsi que de la composition de l'itinéraire grâce à un algorithme de plus court chemin distribué.

1.8 Véhicules autonomes

Le calcul autonome (CA) est un environnement logiciel qui possède la capacité d'auto gestion et s'adapte de manière dynamique aux changements qui peuvent survenir dans les politiques de gestion ou dans les objectifs. Le CA est une technologie qui intervient là où il y a nécessité de minimiser des coûts et maximiser l'efficacité et ce grâce à la gestion des ressources (IBM, 2005). Dans le but de réaliser cela, des décisions temporelles et efficaces doivent être prises en se basant sur une interprétation intelligente de l'information qui est donnée par un système automatique. Dans la littérature, on retrouve quatre caractéristiques pour les systèmes autonomes ([42]; IBM, 2005; [43]):

- "Auto-guérison": Pour découvrir, diagnostiquer et agir afin de prévenir les disruptions.
- "Auto-protection": Pour anticiper, détecter, identifier et protéger contre les

menaces.

- "Auto-configuration": Pour s'adapter de manière dynamique aux changements dans l'environnement et utiliser des politiques de gestion qui proviennent de l'IT.
- "Auto-optimisation": Pour accorder les ressources et équilibrer la charge de travail afin de maximiser l'utilisation de l'information.

IBM applique ces propriétés aux logiciels cependant, elles peuvent tout aussi bien être appliquées à d'autres environnements tel que la gestion de trafic. En résumé, le calcul autonome permet d'appréhender des problèmes complexes tels que l'inefficacité des réseaux en utilisant la technologie afin de gérer la technologie.

Dans le domaine du transport, le comportement autonome est inspiré de la nature complexe du phénomène de congestion.

Un système de contrôle trafic basique est souvent sujet à plusieurs facteurs pénalisants tel que les conditions météorologiques, des incidents ou les décisions subjectives prises par les conducteurs. Ainsi, ce système est très influencé par le gestionnaire de trafic.

Qui plus est, cet opérateur reçoit une quantité d'information difficilement gérable. Ce sont ces aspects qui ont motivé l'utilisation du calcul autonome comme moyen d'appréhension du problème. On retrouve d'ailleurs dans la littérature plusieurs travaux qui y font référence ([41], [55], [5], [53]). Ajoutons à cela l'apparition du concept d'Internet des objets (IoT). L'internet des objets est un scénario dans lequel, des objets, animaux ou personnes possèdent un identifiant unique et la capacité de transférer des données dans un réseau sans avoir recours à des interactions de type: "humain-humain" ou "humain-ordinateur".

C'est dans ce sens que l'entreprise Intel, à utilisé le concept d'IoT pour construire un système de transport intelligent en se basant sur leur technologie déjà existante et ont développé un outil qu'ils ont nommé TransWiseway. L'objectif étant de connecter les véhicules afin de maximiser l'efficacité et réduire les coûts opérationnels. Son architecture possède trois couches: une couche sensing, une couche communication et une couche service.

La couche sensing utilise un terminal embarqué dans le véhicule qui interagit avec le conducteur et lui sert de passerelle d'informations. Cet outil utilise la technologie de détection utilisée dans les micro-ondes, les capteurs de vitesse, RFID, des caméras, des équipements d'aide à la conduite, des outils de paiement, et un équipement de détection à infrarouge qui permet d'obtenir des informations sur le nombre d'usagers, de véhicules, de route et du réseau.

La couche communication assure une transmission sécurisée à temps réel à partir du terminal embarqué vers la couche service à travers différents réseaux tel que l'IP,

les réseaux Wi-Fi, 3G/4G, les réseaux filaires et privés ainsi que la fibre optique. La couche service prend en charge différentes applications utilisant diverses technologies telles que le cloud computing, l'analyse de données et le traitement de données et d'informations. Elle possède deux types d'applications

- Applications de services: qui analysent tous types d'informations reliées au transport tel que les réseaux routiers, la logistique,...
- Applications big data: qui sont utilisées pour analyser de manière massive la quantité de données et d'informations dans le domaine de l'automobile.

Ainsi, plusieurs outils ont été développés dans le but de développer la conduite autonome. Au départ, cela consistait en des outils assez basiques qui sont les systèmes d'aide à la conduite. Les objectifs de ces systèmes peuvent être résumés comme suit

- Réduire les tâches du conducteur
- Aider le conducteur à avoir une meilleure perception de son environnement
- Réduire les risques d'accidents

Un outil tel que la direction assistée, que nous avons adopté et considérons comme étant des plus banales est un outil d'aide à la conduite. Cependant, les recherches dans ce domaine visent à créer des outils beaucoup plus sophistiqués et révolutionnaires pour le conducteur. On cite notamment ADAS (Advanced Driver Assistance System) qui a été développé par Renault et qui permet la prévention de collision, la détection d'angles mort, ou encore la détection de franchissement de ligne. Ces systèmes sont composés d'unités de traitement vidéo, de contrôle-commande et supervision, et doivent, en outre, être robustes à tout type d'environnement.

HELLA a aussi proposé une série de systèmes d'aide à la conduite novateurs. Parmi ces outils, un système d'aide au changement de voie avec capteur radar 24 GHz, qui observe en permanence l'environnement à l'arrière du véhicule et avertit le conducteur lors des dépassements et changements de voie d'un véhicule détecté dans la voie voisine. Utilisant également un capteur radar 24 GHz, l'avertisseur de distance - orienté vers l'avant - avertit le conducteur en cas de dépassement de la distance de sécurité autorisée, mais n'intervient pas automatiquement dans la chaîne cinématique. HELLA a également lancé sur le marché une caméra 3 fonctions qui reconnaît les marquages au sol et les panneaux de signalisation et assiste, en outre, la fonction éclairage route sans éblouissement et adaptatif. L'aide au maintien dans la file recentre la voiture sur la file de

circulation dès que le système détecte un écart par rapport à la bande de circulation.

Des projets plus ambitieux ont vu le jour et qui consistent à créer un véhicule complètement autonome. Google a révolutionné ce domaine de recherche en introduisant la Google Car. Ce projet a été lancé par Sebastian Thrun puis repris par Anthony Levandowski. Cette voiture contient un système de pilotage automatique qui utilise un lidar, une caméra, des radars, un récepteur GPS et des capteurs sur les roues motrices.

Apple a également lancé un projet similaire pour la création d'une "Apple car", cependant aucun détail concernant ce projet n'a été révélé.

Chapitre 2

Système multi-agent d'affectation dynamique monomodale

2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons proposer un modèle multi-agent pour l'affectation dynamique des voyageurs dans un système routier. Nous allons d'abords présenter le problème d'affectation puis expliquer l'architecture du système multi-agent ainsi que les différentes entités qui entrent en jeu. Tout au long de ce chapitre, nous allons considérer deux types d'usagers: Des usagers équipés d'un système d'information et des usagers non équipés. Les utilisateurs équipés choisiront leur itinéraire selon le résultat de notre simulateur, tandis que les non équipés se déplaceront sur le réseau sur leurs connaissances à priori concernant l'état du réseau. Dans ce chapitre, nous allons alors valider notre simulateur sur le réseau de la ville de Newcastle au Royaume-Uni puis nous allons étudier l'impact de l'information sur l'équilibre système.

2.2 Modèle proposé

Le modèle que nous avons choisi pour approcher le problème d'affectation dynamique est le système multi-agent. En effet, notre choix s'est porté sur ce type de modèles car ils offrent une modularité qui permet de gérer la complexité de notre problème et ce, en implémentant un type d'agent pour chaque composante du problème et distribue donc la complexité. Ces agents sont ensuite capables d'interagir et de se coordonner entre eux en se munissant de techniques de coopération et né-

gociation.

Les notations suivantes seront utilisées tout au long du chapitre.

2.2.1 Notations: Variables du réseau

$G = (V, E)$ Graphe composé d'un ensemble de nœuds V et d'un ensemble d'arcs E .

$o(k)$ Origine de la paire OD k .

$d(k)$ Destination de la paire OD k .

$d_o(t)$ Demande à l'origine o à l'instant t .

D_o Demande totale à l'origine.

$\lambda_{ij}(t)$ Nombre de véhicules cumulés entrants vers l'arc (i, j) à l'instant t .

$\phi_{ij}(t)$ Nombre de véhicules cumulés sortants de l'arc (i, j) à l'instant t .

c Désignation d'un véhicule.

E_{ij} Débit maximal d'entrée de l'arc (i, j) à l'instant t .

S_{ij} Débit maximal de sortie de l'arc (i, j) à l'instant t .

$T_{ij}(t)$ Temps de parcours sur l'arc (i, j) à l'instant t .

$n_{ij}(t)$ Nombre de véhicules présents sur l'arc (i, j) à l'instant t .

L_{ij} Longueur de l'arc (i, j) .

v_{ij} Nombre de voies dans l'arc (i, j) .

V_{ij} Vitesse maximale sur l'arc (i, j) .

p Désignation d'un chemin.

P_k Ensemble des chemins reliant la paire OD k .

l Désignation d'une voie.

$f_p(t)$ Flux au point initial du chemin p à l'instant t .

F Vecteur des flux au point initial du chemin p à l'instant t .

Ω_o Ensemble des usagers partant de l'origine o .

$q_{E,ij}(t)$ Débit entrant sur l'arc (i, j) à l'instant t

$q_{S,ij}(t)$ Débit sortant de l'arc (i, j) à l'instant t

$f_{E,ij}^D(t)$ Le flux entrant sur l'arc (i, j) en destination de D à l'instant t .

$f_{S,ij}^D(t)$ Le flux sortant de l'arc (i, j) en destination de D à l'instant t .

$\gamma_{ij,k}^D(t)$ Coefficient d'affectation qui représente la fraction de voyageurs qui sont sur l'arc (i, j) qui vont vers D qui passe par le nœud k et qui font ce choix à l'instant t .

γ Vecteur des coefficients d'affectation.

$C_{t,ij}(\gamma)$ Coût de l'arc (i, j) à l'instant t qui correspond au temps de parcours de l'arc en fonction des coefficients d'affectation γ

2.2.2 Variables du temps

t Désignation du temps.

$[0, T]$ Intervalle du temps de simulation ou T est le temps de sortie du dernier véhicule.

h Indice d'un intervalle de temps discrétisé.

H_T Ensemble des index des intervalles du temps discrétisés sur $[0, T]$.

w Indice d'une itération.

2.3 Modèle d'affectation

Notre objectif consiste à aider l'utilisateur à optimiser ses déplacements. Ceci s'avère particulièrement difficile étant donné que les réseaux de transport sont dynamiques ce qui entraîne un changement constant dans le coût de transport. Notre challenge est alors de proposer un modèle qui apporte aux usagers une solution proche de l'optimal tout en gardant le système en équilibre. Notre démarche est présentée tout au long de cette section.

2.3.1 Formulation du problème

Le problème vise à déterminer pour chaque paire O-D, une affectation, dont le coût total est minimal pour le système, pour des véhicules équipés d'un système de communication tout en prenant en considération les véhicules non équipés et qui choisissent leur itinéraires en fonction des informations qu'ils possèdent sur le réseau.

Le problème peut alors être formulé de la façon suivante

$$\text{Min } TTP(\gamma) = \sum_t \sum_{(i,j) \in E} f_{t,ij} C_{t,ij}(\gamma) \quad (2.1)$$

$$\text{s.t. } q_{E,ij}(t) = \sum_D f_{E,ij}^D(t), \forall (i,j) \in E \quad (2.2)$$

$$q_{S,ij}(t + T_{ij}(t)) = q_{E,ij}(t)(1 + T'_{ij}(t)), \forall (i,j) \in E \quad (2.3)$$

$$\frac{f_{S,ij}^D(t + T_{ij}(t))}{q_{S,ij}(t + T_{ij}(t))} = \frac{f_{E,ij}^D(t)}{q_{E,ij}(t)}, \forall (i,j) \in E \quad (2.4)$$

$$f_{E,ij}^D(t) = d_o(t) \gamma_{ij}^D(t), \forall i \in V, (i,j) \in E \quad (2.5)$$

$$f_{E,jl}^D(t) = \sum_{i \in V, (i,j) \in E} f_{S,ij}^D(t) \gamma_{ijl}^D(t), \forall (j,l) \in E \quad (2.6)$$

La fonction objective (1) représente la minimisation du coût total de transport généralisé, calculé comme étant la somme du produit des flots sur les arcs avec le temps moyen de transport pour toutes les paires O-D et pour chaque instant.

La contrainte (2) représente le débit entrant sur l'arc (i,j) à l'instant t comme étant la somme des flots entrants allant vers D et qui passent par l'arc (i,j) à l'instant t .

La contrainte (3) représente le débit sortant à l'instant $t + T_{ij}(t)$. Ce problème minimise le coût total ce qui correspond à un équilibre collectif. On se propose alors de le calculer en utilisant Wardrop, c'est à dire, en égalant les coûts par itinéraire entre chaque couple OD. Pour ce faire, on utilise le coût individuel plus le coût marginal. Où, le coût marginal est le coût supplémentaire induit par chaque usager supplémentaire.

Soit $c_{ij}(d_{ij})$ le coût individuel sur un arc (i,j) et $c'_{ij}(d_{ij})$ le coût marginal sur l'arc (i,j) , le coût utilisé pour calculer l'optimum collectif est donc donné par $c_{ij}(d_{ij}) + c'_{ij}(d_{ij})$.

En effet, on formule le problème en utilisant la transformation de Beckman.

$$\text{Min } \sum_a c_a(F_a) F_a \quad (2.7)$$

$$F_a = \sum_{p \ni a} f_p \quad (2.8)$$

$$D_w = \sum_{p \in k} f_p \quad (2.9)$$

$$f_p \geq 0 \quad (2.10)$$

On applique les conditions de Karush-Kuhn et Tucker ([20]) pour ce problème et on obtient les conditions suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial f_p} (\sum_a c_a(F_a) F_a) = \sigma_k + \pi_p$$

On remplace le coût individuel par l'expression du coût collectif et on obtient :

$$\sum_{a \in p} C_a(F_a) + F_a C'_a(F_a).$$

Pour chaque OD k on obtient alors

- Coût chemin + coût marginal = σ_k Si $f_p > 0$
- Coût chemin + coût marginal $\geq \sigma_k$ Si $f_p = 0$

On retombe alors sur les conditions de Wardrop. D'où la formulation du coût suivante :

$$C(d_{ij}(t)) = \frac{L_{ij}}{V_{max}} + \frac{F_{ij}}{S_{ij}} + d_{ij}(t) * \frac{1}{S_{ij}} \quad (2.11)$$

Cette formulation représente un coût avec file d'attente de type Kuwahara-akamatsu ([31]) ou $C(d_{ij}(t))$ est le coût d'un arc (i,j) dépendant d'une demande $d_{ij}(t)$ a un instant t .

F_{ij} est la file d'attente formée à la sortie de l'arc (i,j) . Cette valeur est calculée pendant la simulation en prenant le nombre de véhicules présents à la sortie de l'arc sur un intervalle de temps $[t - h, t]$.

dernière partie de l'équation représente le coût marginal calculé comme étant le rapport entre la demande et le débit de sortie.

La demande $d_{ij}(t)$ représente le nombre d'utilisateur à l'entrée de l'arc.

Ce coût est mis à jour à la sortie de l'arc, ainsi en prenant en considération la demande à l'entrée de l'arc, on calcule bien la pénalité engendrée par l'arrivée d'un véhicule supplémentaire.

Le simulateur permettant le calcul de ces coûts est modélisé comme étant un modèle multi-agent ou l'on retrouve 3 types d'agents: l'agent utilisateur, l'agent central et l'agent arc.

Si l'offre en sortie dépend de l'aval le modèle devient plus compliqué. La formulation peut alors être complétée comme suit:

$$\frac{dF_{ij}}{dt} = q_{E,ij} \quad (2.12)$$

Il existe une formulation exacte pour la formulation du temps de parcours. En effet

- $\frac{dC_{ij}(t)}{dt} = \frac{q_{E,ij}(t)}{S_{ij}} - 1$ Si $C_{ij} > \frac{L_{ij}}{V_{max}}$, ou Si $C_{ij}(t) = \frac{L_{ij}}{V_{max}}$ et $q_{E,ij}(t) > S_{ij}$
- 0 Sinon

La formulation que nous avons utilisé et qui est donnée par l'équation (2.70) est une approximation de celle-ci

- $C_{ij}(t) > \frac{L_{ij}}{V_{max}} \Leftrightarrow F_{ij}(t) > 0 \Rightarrow \frac{dF_{ij}}{dt}(t) = q_{E,ij}(t - T_{ij}^{-1}(t)) - S_{ij}$
- $C_{ij}(t) = \frac{L_{ij}}{V_{max}} \Leftrightarrow F_{ij}(t) = 0 \Rightarrow \frac{dF_{ij}}{dt}(t) = \text{Max}(0, q_{E,ij}(t - T_{ij}^{-1}(t)) - S_{ij})$

Dans notre cas, ces paramètres sont obtenus grâce à notre simulateur.

2.4 Modèle multi-agent

Afin de résoudre le problème décrit précédemment, nous avons décidé de le modéliser comme un système multi-agent où on assume que les utilisateurs sont équipés d'un système de communication et que les usagers respectent l'itinéraire renvoyé par ce système. Les agents qui définissent ce système sont donnés comme suit.

2.4.1 Agent central

Cet agent est créé pour chaque nœud du graphe et est responsable du calcul de plus court chemin. Cet agent prend en considération les informations du trafic en temps réel et ne tient pas en compte des décisions prises dans les nœuds précédents, en d'autres mots, le plus court chemin pour une certaine OD k d'un véhicule donné c est recalculé à l'entrée de chaque nœud afin de prendre en compte l'état actuel du réseau.

Les actions principales que réalise cet agent sont les suivantes:

- Réception de la demande de déplacement OD k d'un véhicule c à un instant t donné.
- Réduction du graphe, en éliminant les arcs qui ne peuvent appartenir à un chemin viable reliant l'origine $o(k)$ et la destination $d(k)$ tout en veillant à garder la connexité du graphe. Cette réduction se fait en croisant l'arborescence de l'origine $o(k)$ avec celle de la destination $d(k)$.
- Communication avec l'agent arc afin de récupérer les informations nécessaires au calcul du plus court chemin tel que la longueur L_{ij} , la vitesse V_{ij} , le nombre de voies v_{ij} , le temps de parcours calculé au pas de temps précédent $T_{ij}(t - 1)$ ainsi que le débit cumulé de véhicule à l'entrée et à la sortie de l'arc $\lambda_{ij}(t)$, $\phi_{ij}(t)$.
- Calcul du plus court chemin grâce à l'algorithme de Dijkstra.

- Affectation des véhicules

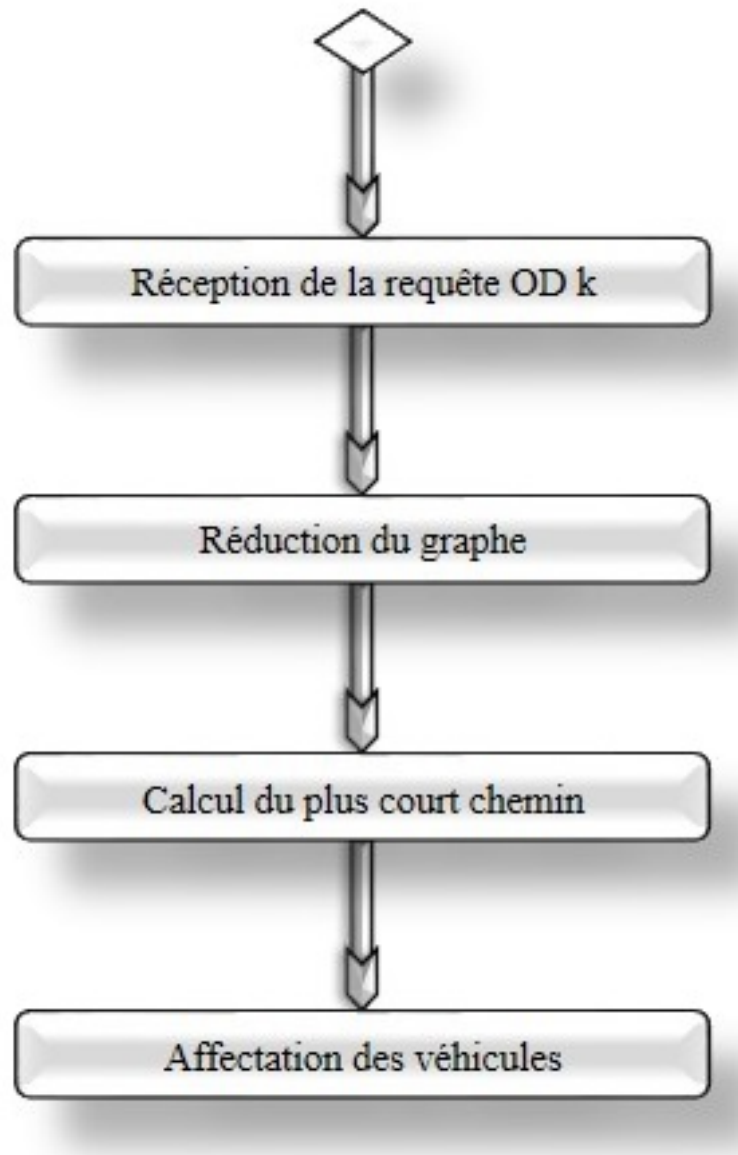


Fig 2.1 – Diagramme d'activité de l'agent central

2.4.2 Agent véhicule

Il existe deux types d'agents véhicules: Les véhicules informés et les véhicules non informés. On suppose que les véhicules informés respectent le chemin renvoyé par l'agent central. Les véhicules non informés quant à eux circulent librement sur le réseau et ne dépendent pas de l'agent central. L'agent véhicule équipé d'un

système d'information, à l'entrée d'un arc (i,j) à un instant t , envoie sa demande de déplacement OD k à l'agent central puis se déplace sur le réseau selon l'itinéraire donné par cet agent.

Les déplacements de l'agent véhicule se font suivant un modèle d'automate cellulaire ([9]). A l'entrée du nœud, le véhicule vérifie si la première cellule est libre, dans ce cas il occupe cette cellule. Dans le cas contraire, il se place en file d'attente et revérifie si la cellule est libre au prochain pas $h + 1$. Dès que le véhicule occupe une cellule, il vérifie systématiquement si la prochaine est libre, dans ce cas il occupe cette cellule et libère la précédente. Si la cellule suivante est occupée, ça veut dire qu'il y a congestion, le véhicule reste donc immobile sur sa cellule jusqu'au prochain pas de temps $h + 1$.

2.4.3 Agent arc

L'agent arc représente un arc du graphe $G = (V,E)$ et communique avec l'agent central et l'agent véhicule.

Cet agent calcule le débit cumulé de véhicules à l'entrée et à la sortie $\lambda_{ij}(t)$ et $\phi_{ij}(t)$ qu'il renvoie ensuite à l'agent central.

Un arc est divisé en $C_{ij} = \frac{L_{ij}}{10}$ cellules, ou 10 est la taille de la cellule en mètres. Dès qu'un véhicule occupe une cellule, il envoie un message à l'agent arc contenant son identifiant ainsi que la position de la cellule. Ce qui permet à l'agent arc de connaître à chaque instant la position exacte des véhicules ainsi que le nombre et la position des cellules vides.

2.4.4 Architecture générale

A l'instant $t = 0$ on considère que le réseau est complètement vide, ainsi le coût des arcs représente le temps de parcours libre. Un agent central est alors créé à chaque nœud. Les agents assignés aux nœuds représentant une origine reçoivent alors des demandes de déplacement de la part de différents utilisateurs. Le problème est modélisé comme étant un automate cellulaire, ainsi chaque utilisateur est traité de manière individuelle. L'agent central crée alors un sous graphe correspondant à la demande O-D émise par l'utilisateur en éliminant tous les chemins comportant des cycles.

L'agent central procède alors au calcul du plus court chemin grâce à l'algorithme de Dijkstra en prenant en considération le temps de parcours libre et renvoie à l'utilisateur comme résultat à l'utilisateur un arc. L'utilisateur interroge alors l'arc pour savoir si la première cellule est libre si c'est le cas il se positionne dessus sinon il se met en file d'attente sur le nœud et réitère sa demande au prochain pas de

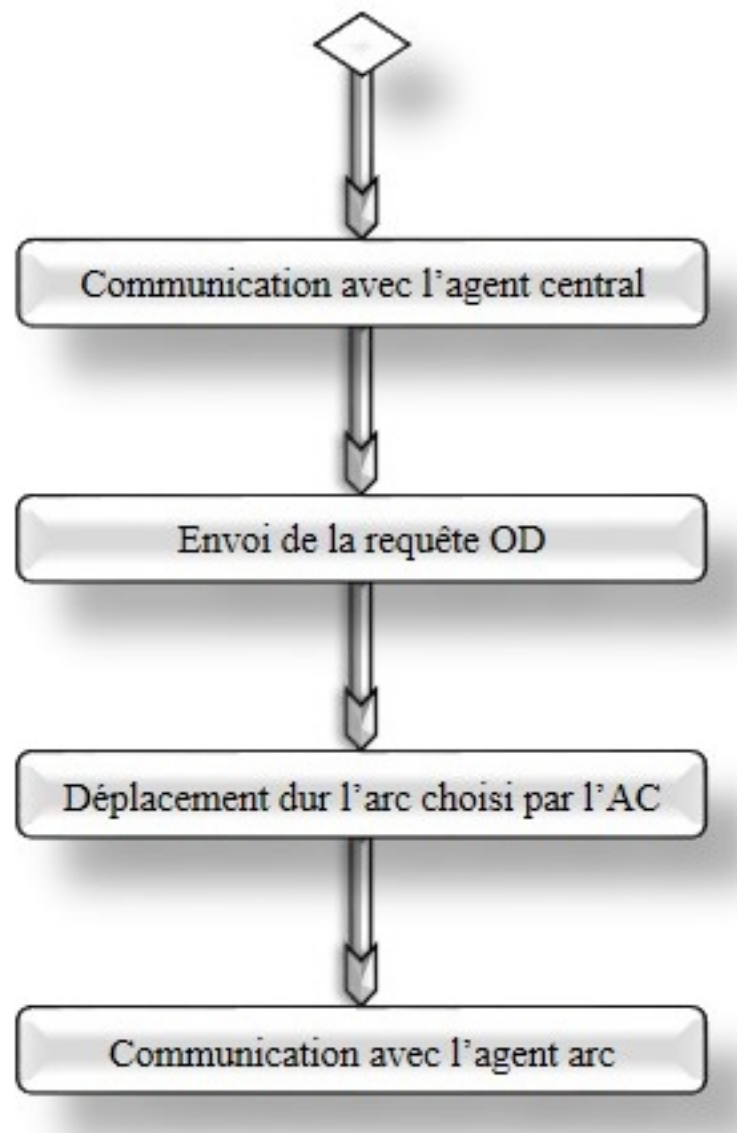


Fig 2.2 – Diagramme d'activité de l'agent véhicule

temps.

Une fois l'utilisateur sur l'arc, il avance cellule par cellule, en interrogeant l'arc à chaque fois pour savoir si la prochaine cellule est vide.

A la sortie de l'arc, le coût est mis à jours grâce à l'équation 3.6. Ce coût sera repris par l'agent central au prochain pas de temps pour son calcul de plus court chemin. Ce procédé est répété pour chaque nœud, ainsi le choix d'itinéraire choisi à l'origine est remis en question à chaque étape prenant ainsi en considération la dynamique du réseau.

Une fois que l'utilisateur a atteint sa destination, l'agent lui correspondant sera tué et sera donc supprimé du réseau.

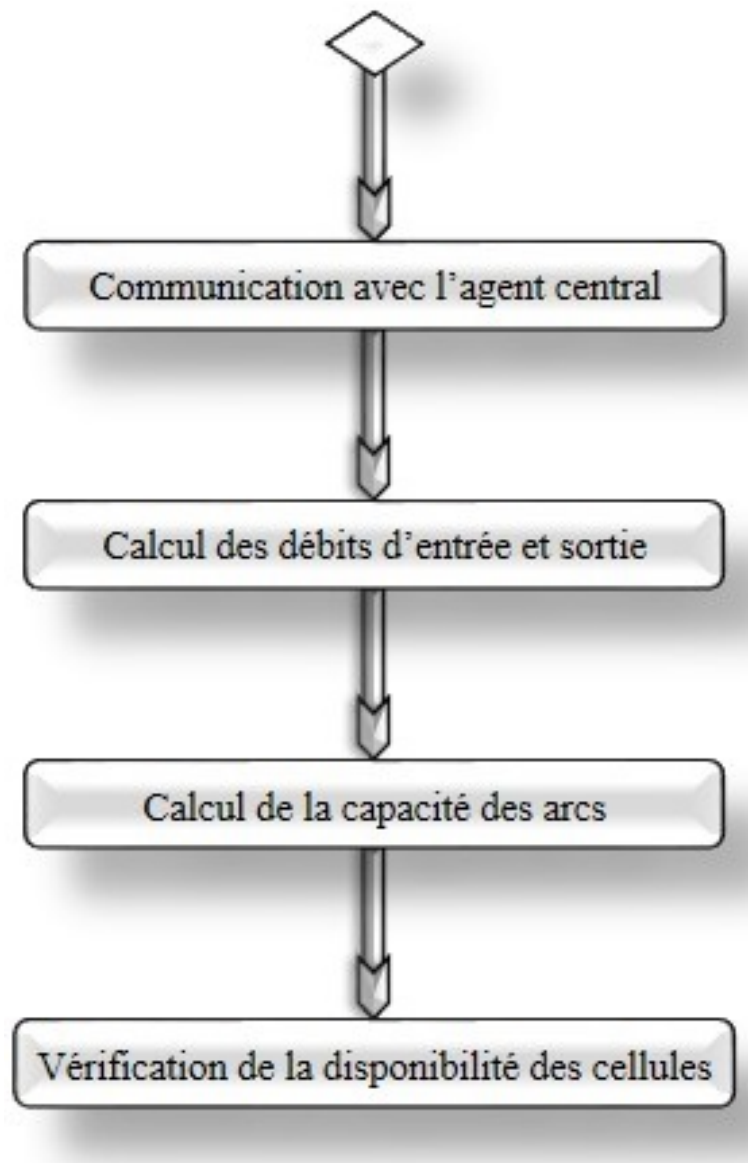


Fig 2.3 – Diagramme d'activité de l'agent arc

La figure 3.8 illustre le fonctionnement général du modèle

2.5 Description de l'automate cellulaire

Ce type de modèle a été rendu célèbre par Kai Nagel et Michael Schreckenberg ([45]) qui l'ont développé dans le but de reproduire l'effet de congestion. Dans leur modèle original, une route est divisée en cellules alignées sur une seule ligne et connectées entre elles. Une cellule est soit vide ou contient une seule voiture.

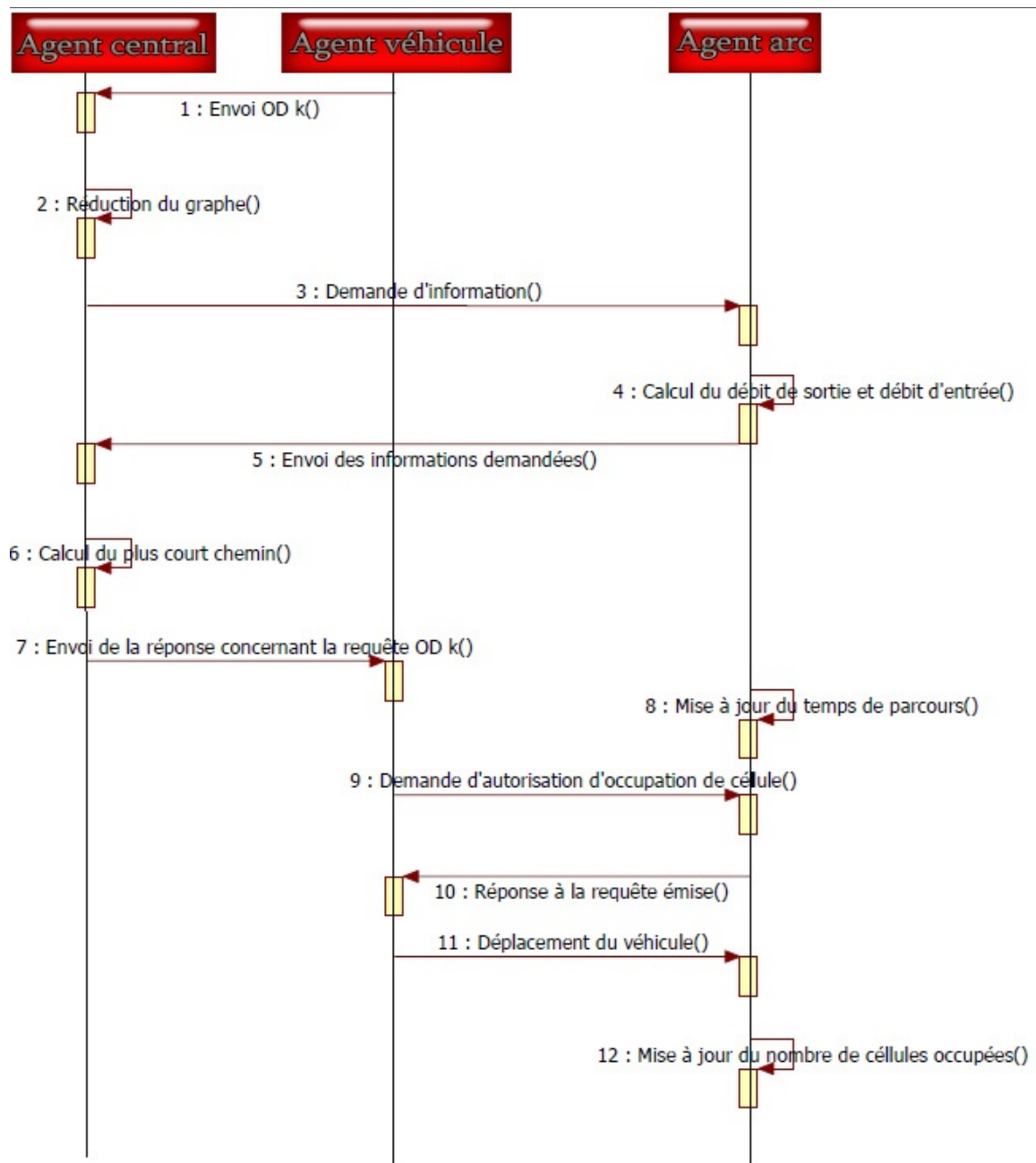


Fig 2.4 – Diagramme des séquences du modèle multi agent

Chaque véhicule se voit affecter une vitesse contenue entre 0 et la vitesse maximale, qui est égale à 5 dans ce cas. Ce sont ces travaux qui ont alors menés à la création du modèle Transims présenté dans le chapitre précédent. Dans ce modèle, il est assumé que les véhicules suivent quatre règles.

- Accélération: $v \rightarrow \min(v + 1, v_{max})$
- Décélération: $v \rightarrow \min(v, gap)$
- Bruit: $v \rightarrow \max(v - 1, 0)$ avec une probabilité p
- Mouvement: $x \rightarrow x + v$

Ou, v représente la vitesse, v_{max} la vitesse maximale, x la position du véhicule et gap le nombre de cellules vides devant la voiture. Notons par α un agent et ce une cellule donnée. Notons qu'un agent α contient un ensemble d'informations, on cite notamment sa destination d et le prochain arc (i, j) sur lequel il doit se positionner. Cet arc lui est donné au fur et à mesure par l'agent central après l'exécution de l'algorithme de Dijkstra. Soit $y(\alpha, h)$ et $\eta(ce, h)$ des fonctions tel que $y(\alpha, h) = ce$, si α se trouve dans ce à l'instant h et $\eta(ce, h) = z$ qui représente le nombre de particules de ce à l'instant h .

Un agent se trouvant dans la cellule ce à l'instant h se déplacera alors vers la cellule $ce + 1$ à l'instant $h + 1$ si et seulement si

- La cellule $ce + 1$ est vide

$$\eta(ce + 1, h) = 0 \quad (2.13)$$

- L'agent se trouve bien à la cellule ce

$$y(\alpha, h) = ce \quad (2.14)$$

- La cellule $ce + 1$ est libre à l'instant $h + 1$

$$\eta(ce + 1, h + 1) = 0 \quad (2.15)$$

Si ces trois conditions sont réunies on aura alors

$$y(\alpha, h + 1) = ce + 1 \quad (2.16)$$

Notons qu'un agent α contient un ensemble d'informations, on cite notamment sa destination d et le prochain arc (i, j) sur lequel il doit se positionner. Cet arc lui est donné au fur et à mesure par l'agent central après l'exécution de l'algorithme de Dijkstra.

Une intersection se comporte comme une cellule dans un arc dans le sens où elle ne peut accueillir qu'un véhicule à la fois. La pénétration des véhicules dans une intersection est gérée suivant la règle FIFO, ie, le premier agent à pénétrer dans l'intersection est celui arrivé en amont. L'agent sort alors de l'intersection une fois que la première cellule sur son tronçon destination se libère.

2.5.1 Comparaison avec des modèles connus

Considérons la figure suivante qui représente le mouvement des agents sur un arc pas à pas suivant le modèle d'automate cellulaire. La concentration est de un

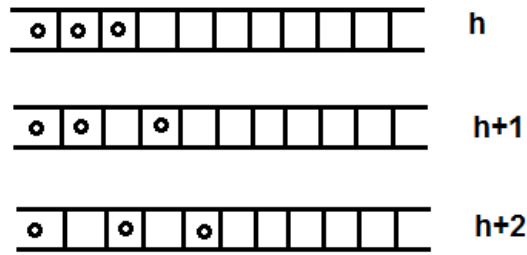


Fig 2.5 – Déplacement d'un agent sur un arc suivant le modèle d'automate cellulaire

véhicule par cellule (1 véh/cel) et la vitesse maximale est de une cellule par pas de temps (1cel/pt). Le pas de temps est ajusté suivant la vitesse maximale v_{max} . La figure suivante trace la courbe du temps par rapport à la position. Tel que

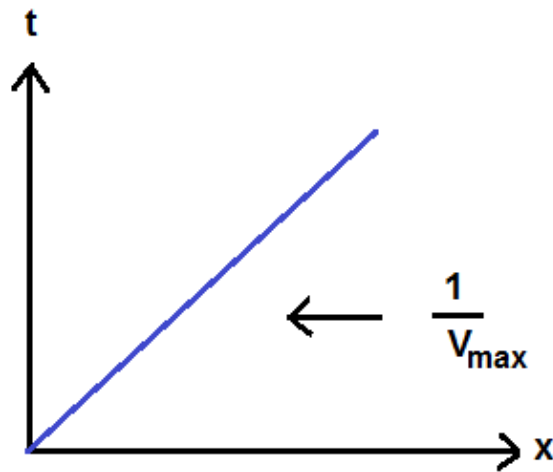


Fig 2.6 – Courbe du temps par rapport à la position dans le modèle d'automate cellulaire

montré dans la figure 2.5, l'onde de choc va reculer d'un véhicule par pas de temps et le débit maximum est de un véhicule par deux pas de temps (1veh/2pt) ce qui correspond approximativement à 1080 véhicules par heure. On incorpore ce phénomène dans la représentation donnée par la figure 2.7 et on obtient la figure suivante. On remarque alors que cette figure correspond à un modèle LWR ([34], [52]) avec un diagramme fondamental triangulaire. On en conclut alors que notre modèle d'automate cellulaire ressemble à un modèle LWR simplifié.

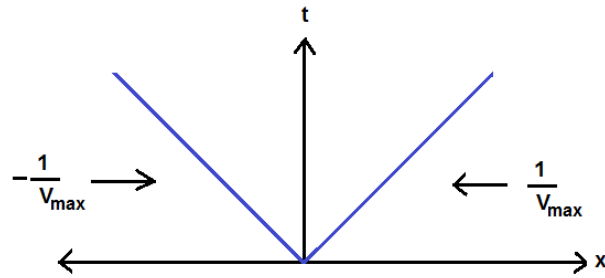


Fig 2.7 – Nouvelle représentation de la courbe du temps par rapport à la position dans le modèle d'automate cellulaire

2.5.2 Justification du choix du modèle d'automate cellulaire

Le choix de ce modèle s'est fait en raison de trois grands avantages.

- Le premier avantage étant que le modèle d'automate cellulaire offre la même performance qu'un modèle point queue en termes de temps de calcul.
- Il apporte une certaine souplesse ou simplification. En effet, la contrainte 2.4 du problème d'optimisation présenté dans la section 2 est une contrainte assez lourde qui doit être écrite dans les modèles LWR ou point queue alors qu'elle disparaît dans notre modèle automate cellulaire étant donné que l'information qu'elle apporte est portée par l'agent lui-même (destination, prochain arc à suivre, ...)
- Pratique dans le contexte multimodal ou le passage d'un mode à un autre devient implicite.

2.5.3 Extension du modèle

Ce modèle aussi pratique soit il présente tout de même quelques inconvénients

- La vitesse maximale v_{max} est la même pour tous les arcs. Pour pallier à ce problème deux solutions se présentent
 - La première serait d'affecter un pas de temps différent pour chaque tronçon. Cette solution a été adoptée pour des tests de simulation effectués dans le chapitre 3. Elle est réalisable pour un graphe de petite taille mais devient vite contraignante pour des graphes de moyenne à grande taille.

- La solution la plus adaptée serait d’assigner une probabilité d’avancer p pour chaque agent. Ainsi, un voyageur se trouvant à la cellule n et voulant se déplacer vers la cellule l aura une probabilité $p(l/n)$ tel que: $p(l/n) = C_n^l p^l (1 - p)^{n-l}$.
- Ce modèle est à voies uniques. Pour passer à un modèle multivoies on a deux possibilités
 - La première et la plus triviale consister à dupliquer les arcs. Cette solution à également été appliquée dans le chapitre 3. Elle n’est pas optimale car elle fait exploser le nombre d’arcs du réseau ce qui est extrêmement contraignant lorsque le réseau est de grande taille. De plus, elle ne donne pas la possibilité de passer d’une voie à une autre.
 - La deuxième solution serait alors d’augmenter le nombre d’agents dans une cellule et gérer leurs entrées sorties suivant la règle FIFO. Ce qui correspond mathématiquement à

$$\eta(ce, h) = 0, 1, 2, \dots \quad (2.17)$$

2.6 algorithme de résolution

L’algorithme de résolution est basé sur l’algorithme de Dijkstra pour la recherche du plus court chemin auquel des améliorations ont été proposés afin de l’adapter à l’aspect dynamique du problème. Cet algorithme prend en considération deux critères: le coût sur les arcs ainsi que la capacité résiduelle. Ainsi à chaque itération l’algorithme évalue le coût de l’arc qui doit être minimal et sa capacité résiduelle qui doit être positive. Les étapes de résolution sont alors les suivantes:

2.6.1 Etape1: Initialisation

A l’instant $t = 0$ le taux d’occupation des arcs est strictement nul ainsi le coût de chaque arc correspond au temps de parcours libre $t_{ij}(0) = \frac{L_{ij}}{V_{ij}}$. Une réduction du graphe est ensuite appliquée selon l’OD de l’utilisateur afin d’éliminer les cycles du graphe. Cette réduction est réalisée en intersectant l’arborescence orienté avec pour racine l’origine avec celle à la destination. Ce procédé est calculé une seule fois pour chaque O-D.

L’algorithme 1 calcule l’ensemble des successeurs du nœud o , l’algorithme 2 cal-

Algorithm 1 $S=sons(G,o)$

Require: G, o ▷ Input Graphe, origine
 $Mark(o)$ ▷ L'origine est marquée
for o_{sons} of successors(o) **do** ▷ Itération sur les successeurs de o
 if NotMarked(o_{sons}) **then**
 $sons(G, o_{sons})$ ▷ Récursion sur les fils de o
 end if
end for
Ensure: S

Algorithm 2 $P=parents(G,d)$

Require: G, d ▷ Input Graphe, destination
 $Mark(d)$ ▷ La destination est marquée
for $d_{parents}$ of predecessors(d) **do** ▷ Itération sur les prédécesseurs de d
 if NotMarked($d_{parents}$) **then**
 $parents(G, d_{parents})$ ▷ Recursion sur les fils de d
 end if
end for
Ensure: P

Algorithm 3 $I=path(G,o,d)$

Require: G, o, d ▷ Input Graphe, origine, destination
 $S = sons(G,o)$ ▷ Appel de la fonction $sons(G,o)$
 $P = parents(G,d)$ ▷ Appel de la fonction $parents(G,d)$
 $I = S \cap P$
Ensure: I

cule l'ensemble des prédécesseurs du nœud d et l'algorithme 3 intersecte ces deux ensembles.

L'algorithme de Dijkstra est ensuite appliqué en prenant en considération uniquement les arcs renvoyés par l'algorithme précédent.

2.6.2 Chargement dynamique du réseau

Le chargement du réseau est effectué en évaluant l'état du réseau à chaque pas de simulation. Une fois l'algorithme de Dijkstra calculé, l'utilisateur est affecté sur un arc et se déplace cellule par cellule. Le temps de parcours est alors mit à jour en prenant en considération le coût marginal comme montré précédemment grâce à l'équation 3.6.

La figure 3.9 illustre les déplacements de l'utilisateur sur le réseau

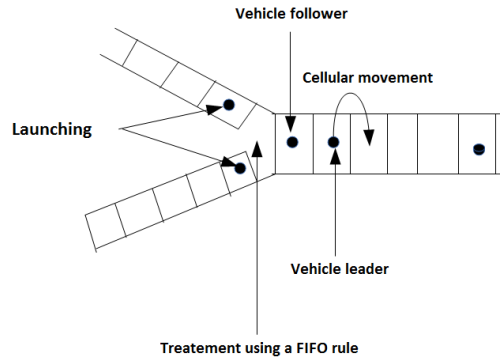


Fig 2.8 – Description de l'automate cellulaire

2.7 Implémentation

Le modèle est implémenté sur la plateforme multi-agent JADE qui est fondée sur la spécification de FIPA et comprends les composants ACC (Agent Communication Channel), AMS (Agent Management System) et le DF (Directory Facilitator). Les messages grâce auxquels communiquent les agents sont représentés dans le langage FIPA-ACL.

Les simulations ont été effectués sur un petit réseau (figure 2.9) qui est composé de 4 paires OD et qui comprend au total 9 nœuds et 12 arcs. Les véhicules équipés sont injectés à une fréquence de 2 véhicules par seconde tandis que les non équipés le sont a une fréquence de 1 véhicule par seconde. La longueur des arcs est fixée a 300m excepté pour les arcs E2, E6 et E10 qui sont fixées a 400m.

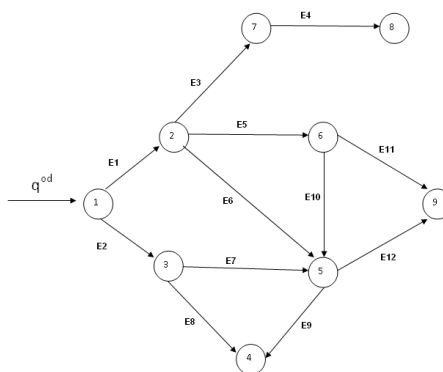


Fig 2.9 – Graphe de simulation

En premier lieu on ne définit qu'une seule origine (nœud 1) et 3 destinations (nœuds 4, 8 et 11).

La paire OD (1,9) contient alors 4 chemins:

Chemin 1: Composé des nœuds 1-2-6-9. Le temps de parcours à l’initialisation est de 30000ms et est considéré comme le plus court chemin à l’instant $t = 0$.

Chemin 2: Composé des nœuds 1-3-5-9 et son coût à l’initialisation est de 32500ms.

Chemin 3: Composé des nœuds 1-2-5-9 et le coût à l’initialisation est de 32500ms.

Chemin 4: Composé des nœuds 1-2-6-5-9 et le coût à l’initialisation est de 40000ms.

Nous lançons alors la simulation et analysons l’évolution du temps de parcours ainsi que le taux d’occupation sur les arcs. Les résultats sont représentés dans les figures 2.10 et 2.11. La figure 2.11 montre que les arcs $E7$ et $E6$ sont ceux qui ont le taux

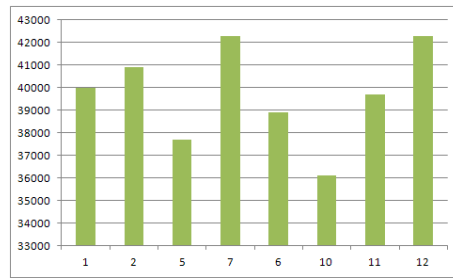


Fig 2.10 – Evolution du temps de parcours sur les arcs

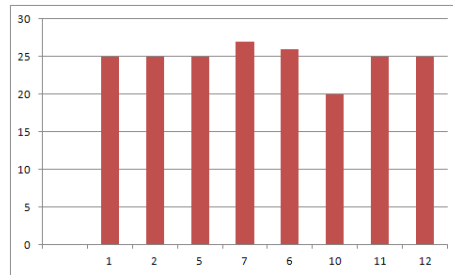


Fig 2.11 – Taux d’occupation sur les arcs

d’occupation le plus élevé ce qui crée une forte demande sur l’arc $E12$ qui est le seul arc desservant le nœud 9. Ceci est confirmé par la figure 2.10 ou on voit clairement que le coût de l’arc 12 est le plus important (en moyenne 42000ms).

Ceci signifie que si les chemins 2, 3 et 4 sont excessivement chargés, une congestion importante serait créée sur le nœud 5.

La définition du coût marginal permet de prévenir ce type de phénomène en anticipant la quantité de flot qui devrait surgir à la prochaine itération.

On remarque aussi que les véhicules sont uniformément distribués sur les arcs du réseau même si les coûts de certains arcs sont plus importants que d’autres. Ceci est dû à l’ajout du coût marginal qui permet de calculer un équilibre système au lieu d’un équilibre utilisateur.

Afin de mieux comprendre l’impact des véhicules équipés sur le réseau, nous allons

changer la proportion de véhicules équipés qui était de 75% pour la réduire à 50%. L'augmentation de la proportion de véhicules non équipés induit une augmentation de la demande sur les arcs. La mauvaise prédiction du cheminement de ces usagers induit donc un risque de congestion plus grand. Les figures 2.12 et 2.13 illustrent le taux d'occupation et le temps de parcours moyen sur chaque arc.

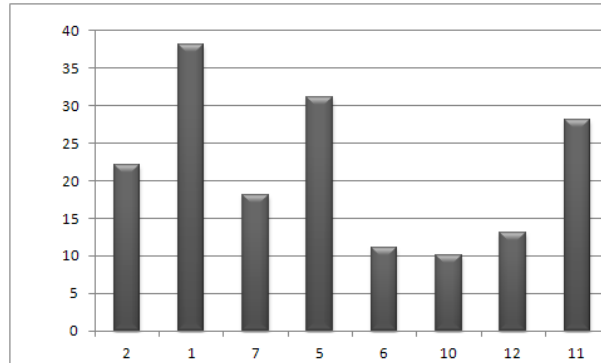


Fig 2.12 – Taux d'occupation moyen sur chaque arc

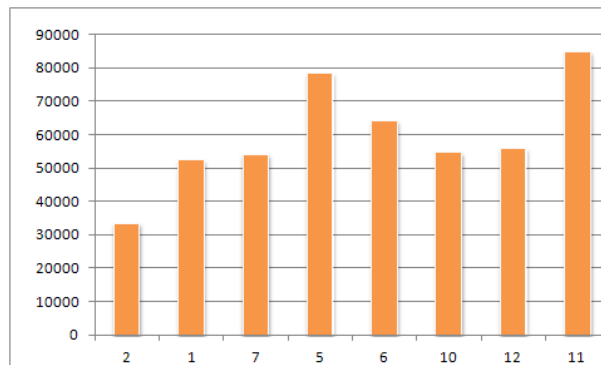


Fig 2.13 – Temps de parcours moyen sur chaque arc

Si nous comparons les résultats représentés dans la figure 2.11 et 2.12, nous remarquons que les véhicules sont fortement distribués sur les arcs $E1$, $E5$ et $E11$, ce qui peut être expliqué par le fait que ces arcs constituent le plus court chemin statique. On déduit alors que les usagers non équipés, choisissent ce chemin de façon naïve, sans prendre en compte la congestion qu'il pourrait y avoir sur ces arcs. On remarque aussi que les coûts sur ces arcs sont les plus élevés.

La comparaison des figures 2.10 et 2.13 montre clairement une augmentation dans les coûts des arcs. En effet, nous passons d'un coût moyen de 38000ms à un coût moyen de 50000ms par arc. Cette augmentation souligne l'importance de la présence de véhicules équipés dans le réseau.

Nous allons à présent appliquer ce modèle sur un réseau réel qui représente la ville de Newcastle au Royaume-Uni. Le choix de ce réseau s'est fait lors d'un échange

scientifique à l'université de Newcastle qui a fourni les données nécessaires. La figure 2.14 illustre la géographie du réseau de la ville de Newcastle.

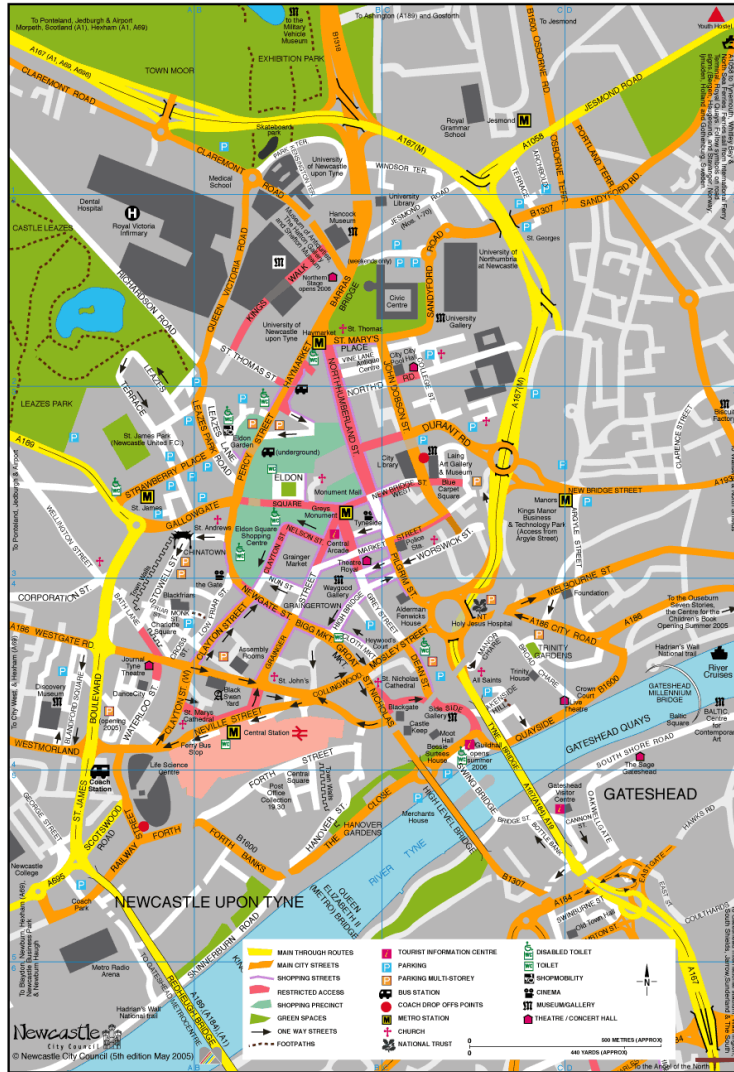


Fig 2.14 – Carte de la ville de Newcastle

Ce réseau contient 320 nœuds et 679 arcs. Chaque nœud est représenté par des coordonnées géographiques. Un arc est défini par les 2 nœuds qu'il relie, sa longueur et sa capacité. La figure 2.15 représente le réseau de Newcastle représenté par notre simulateur.

Etant donné que la taille du réseau est très importante, on ne peut pas évaluer tous les chemins. Nous avons alors choisi quelques chemins pour relier les centres d'intérêt tel que l'université, l'hôpital, le centre-ville et la banlieue.

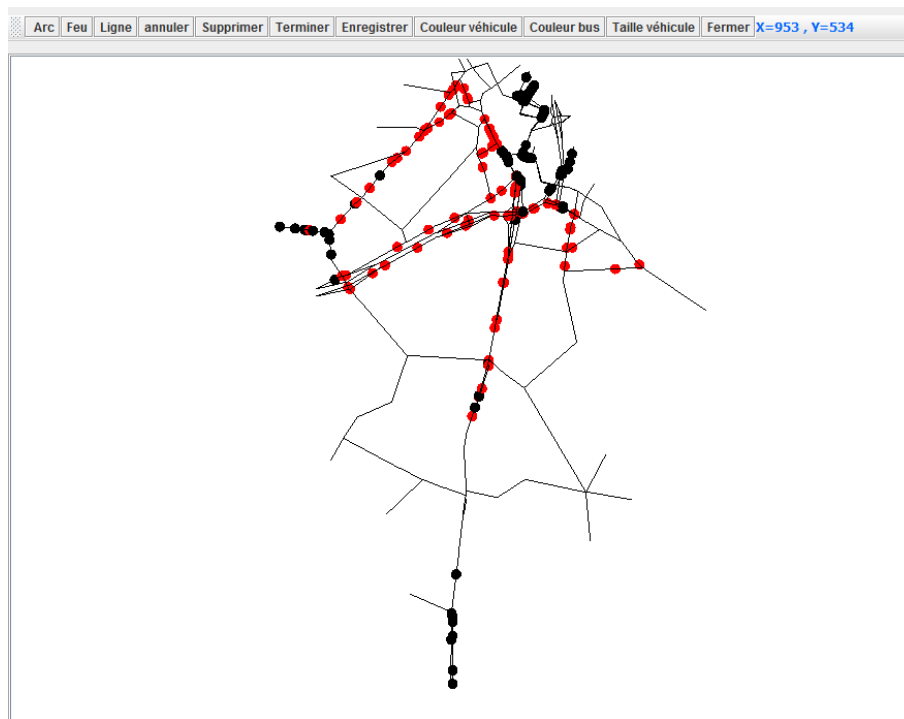


Fig 2.15 – Réseau de Newcastle dans le simulateur

Le premier chemin que nous avons constitué consiste alors à relier Clayton street qui est une résidentielle proche du centre de Newcastle à Claremont road qui est la rue sur l'université de Newcastle. Le deuxième chemin relie Jesmond Dene road, un quartier résidentiel, à Barrack road la rue donnant sur le Saint James Park qui est le stade de football de la ville de Newcastle.

Le troisième chemin relie Clayton road à Royal Victoria infirmary.

Nous avons, pour chacun des trois chemins, recherché l'itinéraire sur Google maps. Le résultat est que pour le chemin 1, le temps de parcours est de 7 minutes pour une distance de 3.21 km en prenant l'autoroute ou un chemin alternatif qui dure 13 minutes pour la même distance.

Pour le chemin 2 le temps de parcours est de 10 minutes pour une distance de 3.21 km.

Pour le chemin 3, le temps de parcours est de 6 minutes pour une distance de 1.4 km contre un chemin alternatif avec un temps de parcours de 8 minutes pour une distance de 1.5 km.

Nous allons maintenant présenter l'évolution du temps de parcours obtenu par notre simulateur sur ces trois chemins.

Le taux d'usagers équipés est de 35% contre 65% de non-équipés. La figure 2.16 représente l'interface renvoyé par le simulateur avec les 3 chemins tracés et un redimensionnement qui permet de faire la correspondance avec la carte de Newcastle. L'évolution du temps de parcours sur le chemin 1 est donnée par la figure 2.17.

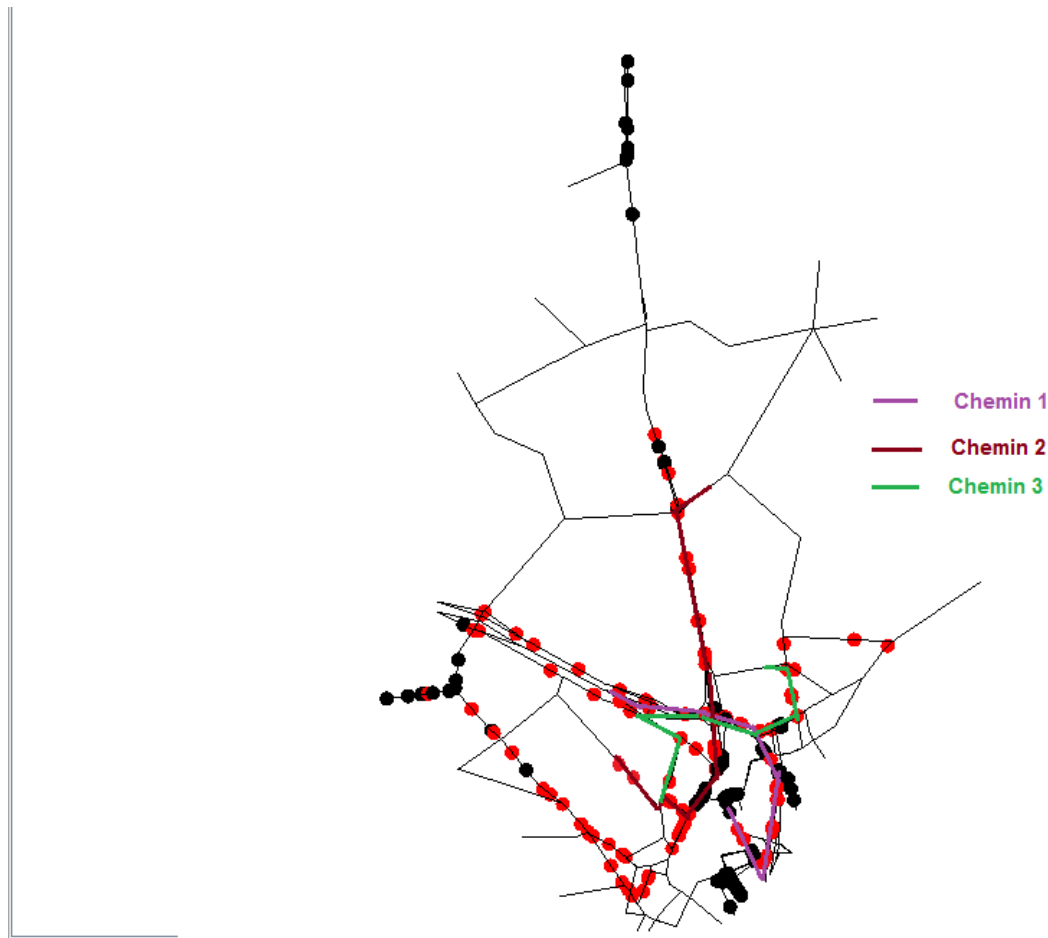


Fig 2.16 – Réseau de Newcastle dans le simulateur avec les 3 chemins

L'évolution du temps de parcours sur le chemin 2 est donnée par la figure 2.18. L'évolution du temps de parcours sur le chemin 3 est donnée par la figure 2.19.

Les itinéraires obtenus pour les chemins 1 et 3 sont les mêmes que ceux donnés par Google maps excepté que dans notre simulateur le temps de parcours évolue trop vite. Ceci peut s'expliquer par la forte quantité de voyageurs que l'on injecte dans le réseau ce qui sature les arcs assez vite et augmente ainsi leur coût. De plus, les itinéraires 2 et 3 se partagent une partie des arcs, ce qui fait que l'agent central présent sur les nœuds doit traiter les priorités pour ces ayant des O-D différentes mais passent par le même arc. Le temps de traiter ces priorités crée donc un délai qui se répercute sur le temps de parcours final.

L'itinéraire obtenu pour le chemin 2 est complètement différent de celui obtenu par Google maps et est plus long aussi. Ceci est dû au fait que nos données ne contiennent pas tous les arcs représentant la ville de Newcastle. Cependant, le temps de parcours évolue quand même de manière assez importante ce qui revient, comme il a été dit précédemment, au fait que cet itinéraire partage les mêmes arcs

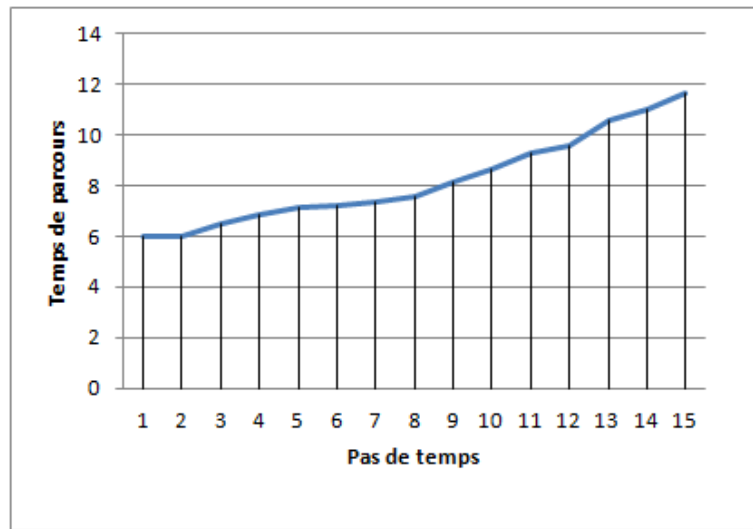


Fig 2.17 – Evolution du temps de parcours obtenu par le simulateur sur le chemin 1

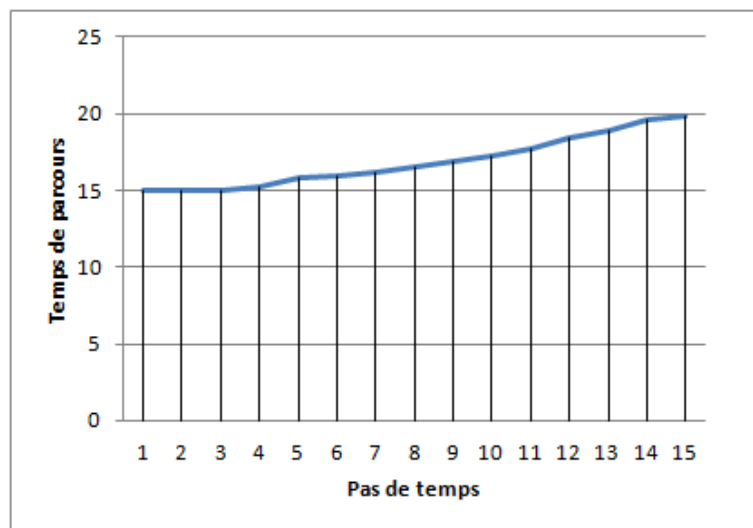


Fig 2.18 – Evolution du temps de parcours obtenu par le simulateur sur le chemin 2

que ceux de l'itinéraire 2.

Ces résultats sont assez satisfaisants et permettent donc de valider le modèle avec des perspectives d'améliorations afin d'éliminer les effets assez conséquents de la congestion.

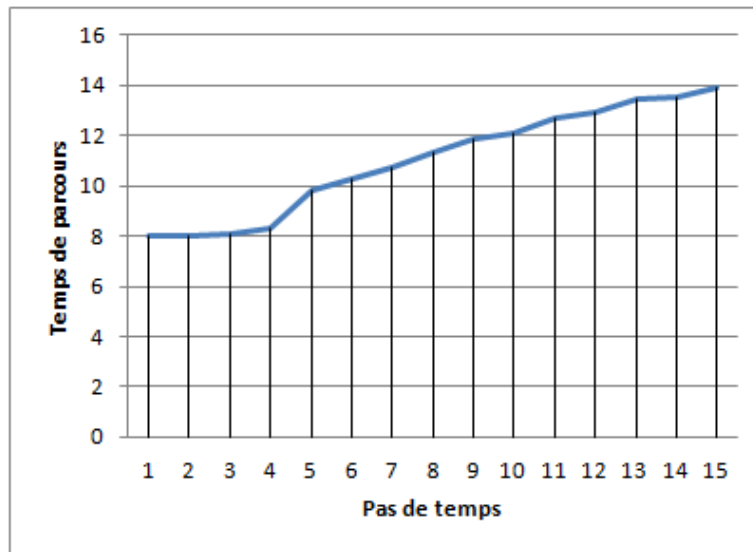


Fig 2.19 – Evolution du temps de parcours obtenu par le simulateur sur le chemin 3

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté notre modèle multi-agent pour le mode routier qui distingue entre des usagers équipés d'un système d'information et des usagers non équipés. Les simulations ont ensuite été exécutées sur le réseau routier de la ville de Newcastle, où nous avons pu constater que plus la proportion de voyageurs équipés est grande, mieux sont répartis les voyageurs dans le système. Ce qui entraîne une réduction de la congestion dans l'ensemble du système et une meilleure utilisation des chemins.

Les simulations sur le réseau de la ville de Newcastle ont montré des résultats assez satisfaisants qui nous permettent de valider ce modèle.

2.9 Annexe sur le simulateur

Le simulateur a été codé sous JADE en utilisant le langage Java. Le simulateur contient en tout 58 classes. Les plus importantes sont les classes: AgentBus, AgentVehiculeGps, AgentMetro, AgentCarrefour, AgentLigne, AgentReseau, Arc, Carrefour, Reseau, Vehicule, SimulPanel.

- AgentBus, AgentMetro, AgentVehiculeGps Correspondent à l'agent mode que nous avons défini dans la description du système multi-agent et représentent les modes bus, métro et véhicules équipés respectivement

- La classe Véhicule représente les véhicules non équipés.
- AgentCarrefour représente l'agent Central et comme il a été dit dans la description du système multi-agent, c'est à son niveau que se fait le calcul général du plus court chemin.
- C'est dans la partie AgentRéseau que l'on code toute les spécificités du réseau et c'est cet agent qui permet de faire la liaison entre les différents agents.
- La classe SimulPanel permet de définir l'interface graphique

Pour lancer un véhicule, on utilise une ligne code qui consiste en une méthode Ajouter-Source("Nom de la source", fréquence d'injection, code arc départ, code arc arrivée).

En revanche, pour ajouter une ligne (bus ou metro) on le fait directement sur l'interface graphique en cliquant sur le bouton "ajouter ligne" tel que montré par la figure 2.20.

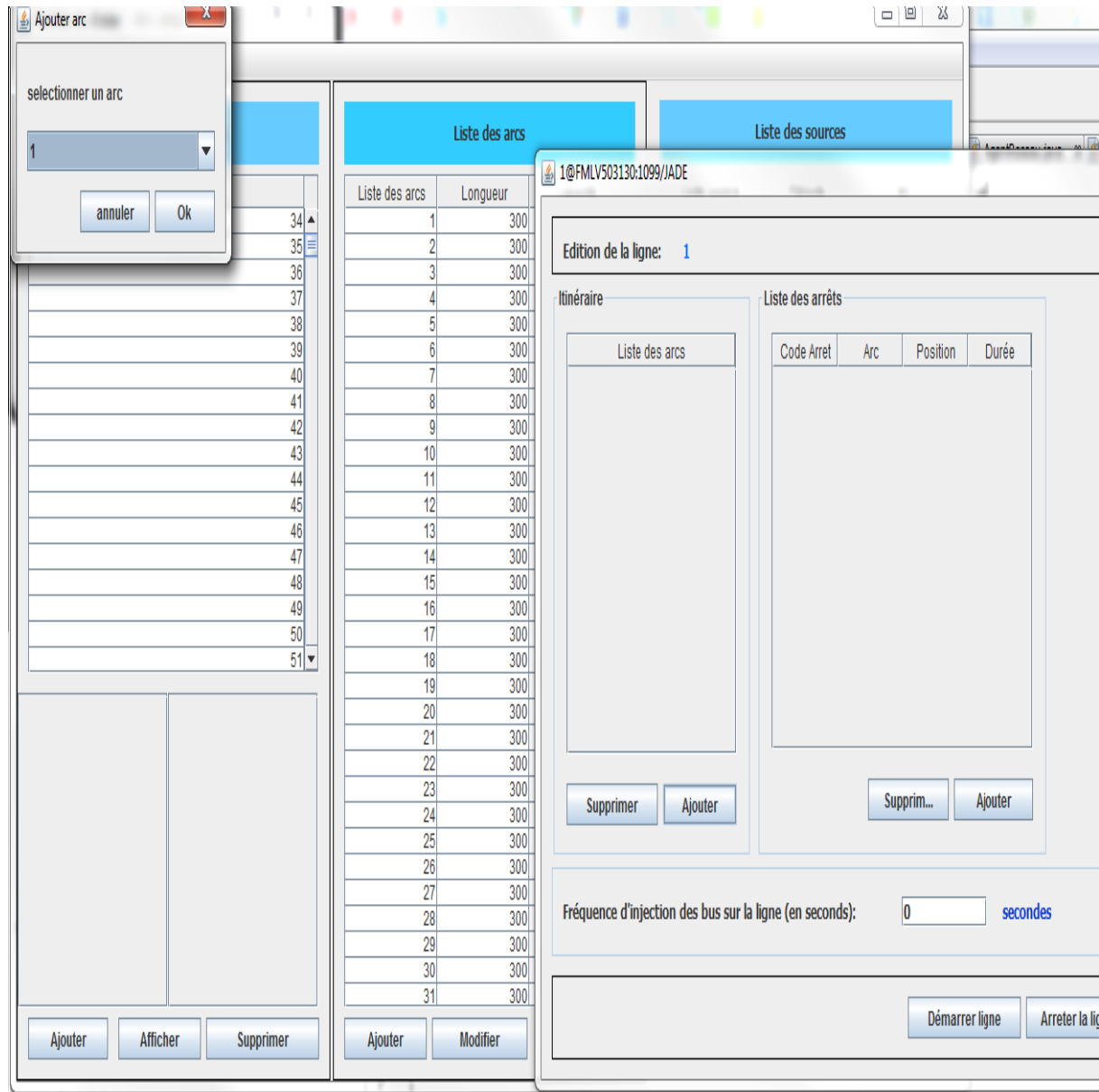


Fig 2.20 – Interface graphique: comment ajouter une ligne

Chapitre 3

Système multi-agent d'affectation dynamique multimodale

3.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons étendre le modèle présenté dans le chapitre précédent au cas multimodal. Nous allons alors considérer trois types de modes: les modes automobile, bus et métro. Le modèle sera exécuté sur un graphe de petite taille ou deux types d'utilisateurs seront considérés, les utilisateurs informés et les utilisateurs non informés. C'est l'impact de cette information sur le réseau que nous allons étudier dans la deuxième partie de ce chapitre. En premier lieu, l'étude sera menée sur le paradoxe de Braess puis en second lieu sur un graphe plus général.

3.2 Modèle proposé

3.2.1 Notations des variables du réseau

$G = (V, E)$ Graphe composé d'un ensemble de nœuds V et d'un ensemble d'arcs E .

$G_m = (V_m, E_m)$ Graphe représentant le mode m et composé d'un ensemble de nœuds V_m et d'un ensemble d'arcs E_m .

$o(k)$ Origine de la paire OD k .

$d(k)$ Destination de la paire OD k .

$d_o(t)$ Demande à l'origine o à l'instant t .

D_o Demande totale à l'origine.

$\lambda_{ij}(t)$ Nombre de véhicules cumulés entrants vers l'arc (i,j) à l'instant t .

$\phi_{ij}(t)$ Nombre de véhicules cumulés sortants de l'arc (i,j) à l'instant t .

c Désignation d'un véhicule.

$T_{ij}^m(t)$ Temps de parcours sur l'arc (i,j) à l'instant t correspondant au mode m .

$n_{ij}^m(t)$ Nombre de véhicules présents sur l'arc (i,j) à l'instant t du mode m .

L_{ij} Longueur de l'arc (i,j) .

v_{ij}^m Nombre de voies dans l'arc (i,j) du mode m .

V_{ij}^m Vitesse maximale pour l'arc (i,j) sur le mode m .

p^m Désignation d'un chemin du mode m . p Désignation d'un chemin multimodal.

P^m Ensemble des chemins pour le mode m .

P_k Ensemble des chemins multimodaux reliant la paire OD k .

l^m Désignation d'une voie pour le mode m .

$f_p(t)$ Flux au point initial du chemin p à l'instant t .

F Vecteur des flux au point initial du chemin p à l'instant t .

Ω_o^m Ensemble des usagers partant de l'origine o sur le mode m .

Ω_o Ensemble des usagers partant de l'origine o .

$q_{E,ij}^m(t)$ Débit entrant sur l'arc (i,j) à l'instant t pour le mode m .

$q_{S,ij}^m(t)$ Débit sortant de l'arc (i,j) à l'instant t pour le mode m .

$f_{E,ij}^{D,m}(t)$ Le flux entrant sur l'arc (i,j) en destination de D à l'instant t pour le mode m .

$f_{S,ij}^{D,m}(t)$ Le flux sortant de l'arc (i,j) en destination de D à l'instant t pour le mode m .

$\gamma_{ij,k}^{D,m}(t)$ Coefficient d'affectation qui représente la fraction de voyageurs qui sont sur l'arc (i,j) du mode m qui vont vers D qui passe par le nœud k et qui font ce choix à l'instant t .

γ Vecteur des coefficients d'affectation.

$C_{t,ij}^m(\gamma)$ Coût de l'arc (i,j) du mode m à l'instant t qui correspond au temps de parcours de l'arc en fonction des coefficients d'affectation γ

3.2.2 Notations des variables du temps

t Désignation du temps.

$[0,T]$ Intervalle du temps de simulation ou T est le temps de sortie du dernier véhicule.

h Indice d'un intervalle de temps discrétisé.

H_T Ensemble des index des intervalles du temps discrétisés sur $[0,T]$.

w Indice d'une itération.

3.3 Modèle d'affectation

3.3.1 Formulation du problème

Le problème vise à déterminer pour chaque paire O-D, une affectation dont le coût total est minimal pour le système et ce en combinant tous les moyens de transport possibles, pour des utilisateurs équipés d'un système de communication tout en prenant en considération les voyageurs non équipés et qui choisissent leurs itinéraires en fonction des informations qu'ils possèdent sur le réseau.

Afin de bien modéliser les différentes entités présentes dans notre problème, nous avons opté pour une simulation multi-agents ou nous considérons deux types d'agents: un agent central et un agent utilisateur. Le modèle multi agent et la définition de ses agents sont donnés comme suit.

3.4 Le graphe multimodale

Dans cette modélisation, nous considérons trois modes de transport: Le véhicule privé (v), le bus (b) et le metro (m). Soit $G = (V, E)$ le graphe multimodal. $G_m = (V_m, E_m)$ est le sous-graphe modale tel que $m \in M = \{a, b, m\}$. Les sous graphes sont reliés par des arcs de marche à pied $e_w \in E_w$, ou E_w est l'ensemble des arcs de marche à pied. Mais aussi par des arcs d'attente $e_h \in E_h$ et des arcs d'embarquement $e_e \in E_e$ et de débarquement $e_d \in E_d$. Les arcs d'attente permettent de modéliser l'attente qu'expérimentent les usagers.

La figure 3.1 illustre la définition du type du graphe multimodale que nous allons utiliser

3.5 Analyse de complexité

Comme il a été montré dans la section précédente, un graphe multimodal est par définition très dense et contient beaucoup de nœuds de correspondance qui permettent à un usager d'effectuer des échanges intermodaux. Cet échange induit alors un coût de correspondance d'attente et de confort.

La complexité de ce problème est NP-difficile. Afin de le démontrer, nous allons le réduire à un problème de voyageur de commerce multiple.

Pour rappel, le problème du voyageur de commerce consiste, étant donné un ensemble de villes, à trouver le plus court chemin qui relie toutes les villes.

Considérons alors que chaque mode correspond à un élément qui est représenté

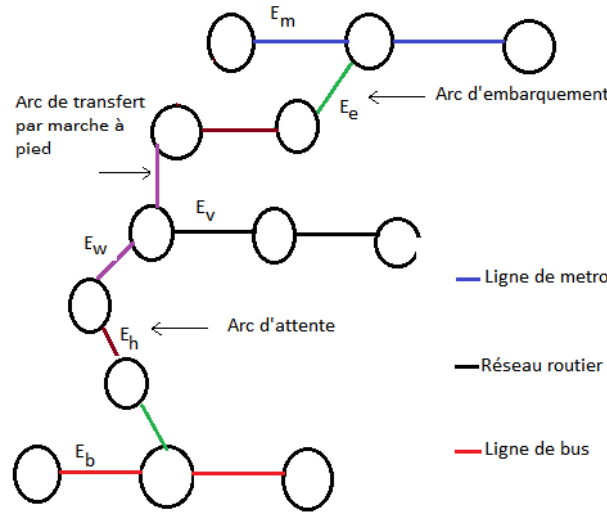


Fig 3.1 – Définition du graphe multimodal

par un nœud de départ, un nœud d'arrivée et un tableau de correspondances. Ce tableau énumère les modes qui possèdent des nœuds de correspondance avec cet élément ainsi que les coûts d'échange dans chaque nœud. Quand l'utilisateur lance sa requête, nous recherchons les nœuds de correspondance entre les nœuds de départ et d'arrivée, ainsi ce déplacement est équivalent à un cheminement entre plusieurs points, en passant une et une seule fois. Ce qui est, par définition, équivalent au problème de voyageurs de commerce.

3.6 Modèle multi-agent

3.6.1 Agent central

Agent cognitif qui aura pour rôle d'orchestrer toutes les opérations du système.

Cet agent est créé pour chaque nœud du graphe multimodal et est responsable du calcul du plus court chemin global. Cet agent prend en considération les informations du trafic en temps réel et ne tient pas compte des décisions prises dans les nœuds précédents, en d'autres mots, le plus court chemin pour une certaine OD k d'un véhicule donné est recalculé à l'entrée de chaque nœud afin de prendre en compte l'état actuel du réseau.

Les actions principales que réalise cet agent sont les suivantes:

- Réception de la demande de déplacement OD k d'un usager à un instant t

donné.

- Regroupement des personnes ayant la même origine-destination ainsi que les mêmes préférences concernant le mode de voyage. Pour ce faire, l'agent central discrétise la demande sur le temps de manière à ne pas faire de gros paquets qui pourraient induire une congestion. Ainsi, pour chaque instant t de la simulation, on affectera les utilisateurs par paquets sur un itinéraire.
- Réduction du graphe, en éliminant les arcs qui ne peuvent appartenir à un chemin viable reliant l'origine $o(k)$ et la destination $d(k)$ tout en veillant à garder la connexité du graphe. Cette réduction se fait en croisant l'arborescence de l'origine $o(k)$ avec celle de la destination $d(k)$.
- Communication avec les agents de mode afin de savoir s'il existe des lignes partant du point A ou des lignes allant au point B .
- Communication avec l'agent arc afin de récupérer les informations nécessaires au calcul du plus court chemin tel que la longueur L_{ij} , la vitesse V_{ij} , le nombre de voies v_{ij} , le temps de parcours calculé au pas de temps précédent $T_{ij}(t-1)$ ainsi que le débit cumulé d'utilisateurs à l'entrée et à la sortie de l'arc $\lambda_{ij}(t)$, $\phi_{ij}(t)$.
- Procède à la concaténation des sous chemins optimaux renvoyés par les agents de mode et enregistre ensuite les trois meilleurs.
- Procède à l'affectation des voyageurs sur ces trois meilleurs chemins en prenant en considération la capacité des véhicules et les perturbations sur les lignes.

3.6.2 Agent utilisateur

Il existe deux types d'agents utilisateurs: Les informés et les non informés. On suppose que les usagers informés respectent le chemin renvoyé par l'agent central. Les utilisateurs non informés quand à eux circulent librement sur le réseau et ne dépendent pas de l'agent central. L'agent utilisateur équipé d'un système d'information, à l'entrée d'un arc (i,j) à un instant t , envoie sa demande de déplacement OD k à l'agent central puis se déplace sur le réseau selon l'itinéraire donné par cet agent.

Les déplacements de l'agent véhicule se font suivant un modèle d'automate cellulaire. Pour passer d'un mode à un autre, il se positionne sur les arcs de transfert. Si l'arc est occupé, il patiente sur un arc d'attente jusqu'au prochain pas de temps $h+1$.

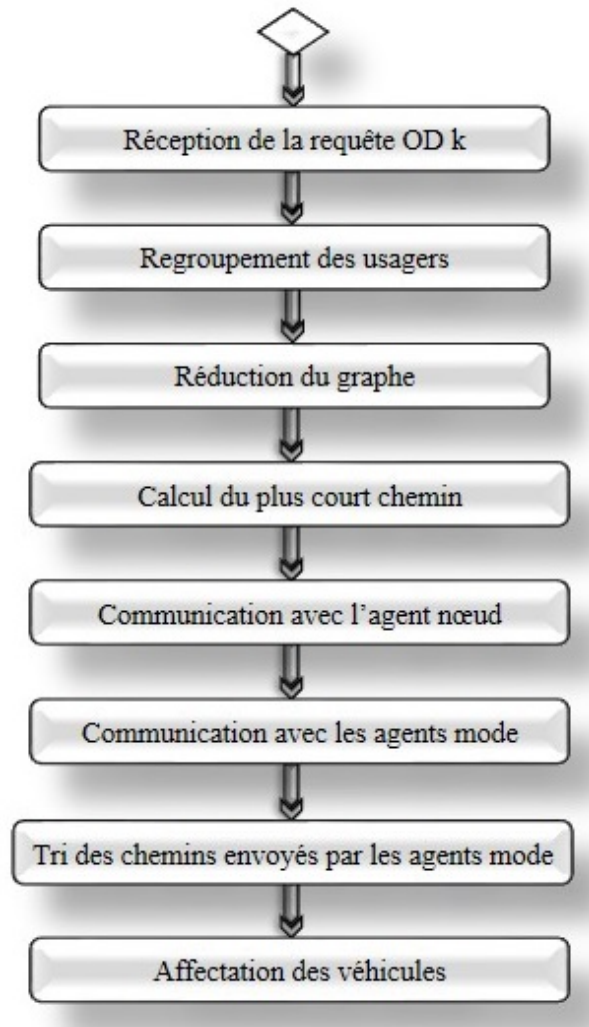


Fig 3.2 – Diagramme d'activité de l'agent central

3.6.3 Agent arc

L'agent arc représente un arc du graphe $G = (V, E)$ et communique avec l'agent central, l'agent utilisateur et l'agent mode. Cet arc peut être un arc modal, un arc de transfert ou un arc d'attente.

L'agent arc calcule le débit cumulé de véhicules à l'entrée et à la sortie $\lambda_{ij}(t)$ et $\phi_{ij}(t)$ qu'il renvoie ensuite à l'agent central.

Chaque arc contient une étiquette qui définit le mode auquel il appartient et communique constamment avec l'agent mode lui correspondant. Il lui transmet

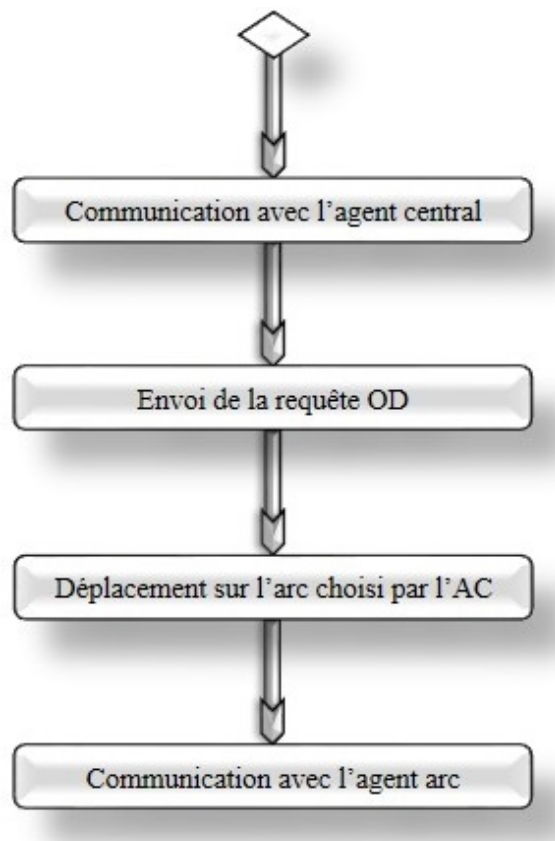


Fig 3.3 – Diagramme d'activité de l'agent utilisateur

alors le nombre de véhicules sur l'arc ce qui permet à ce dernier d'effectuer le calcul du plus court chemin.

3.6.4 Agent nœud

Cet agent sert à faciliter le travail des agents central et mode. Il contient les informations suivantes

- La liste des lignes qui desservent la station.
- La liste des nœuds voisins
- La liste des nœuds qui ont la même étiquette et le mode qui les dessert.

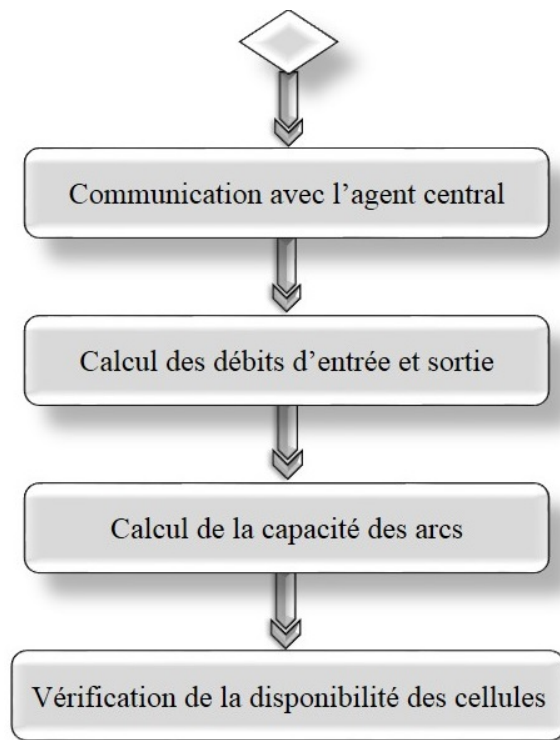


Fig 3.4 – Diagramme d'activité de l'agent arc

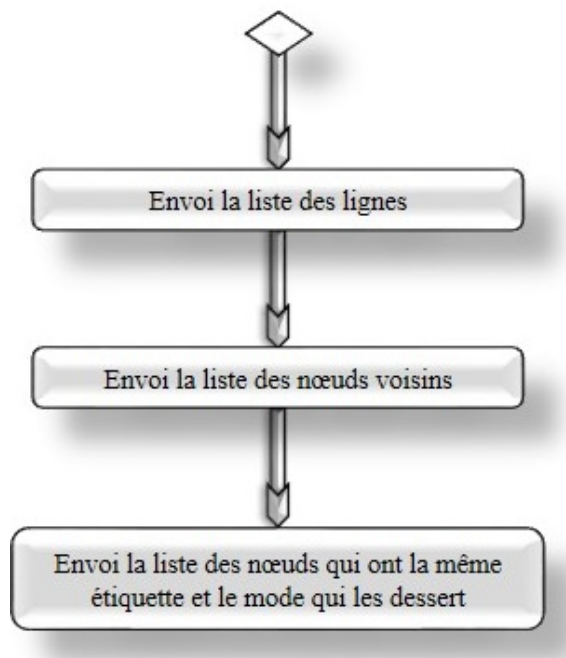


Fig 3.5 – Diagramme d'activité de l'agent nœud

3.6.5 Agent mode

Agent cognitif qui sera affecté à chaque mode de transport qui a pour rôle principal le calcul du plus court chemin entre le point A et le point B . Ses principales fonctions sont:

- Envoie une demande aux agents de ligne pour savoir s'ils passent par les points A et B .
- Recherche les points d'intersection entre les différentes lignes.
- Communique avec les autres agents modaux pour rechercher les points d'intersections.
- Calcule le sous chemin optimal.
- Renvoie les résultats à l'agent central

3.6.6 Agent ligne

Agent réactif qui communique principalement avec l'agent mode et l'agent central mais ne communique jamais avec les autres agents ligne. Cet agent dépend de l'agent mode et il est créé pour chaque ligne disponible pour le mode auquel il appartient. Ses fonctions sont les suivantes:

- Renvoie à l'agent mode s'il dessert les points A et B ainsi que son itinéraire.
- Renvoie à l'agent central la capacité restante sur sa ligne
- Préviens l'agent central d'une perturbation si elle a lieu.

3.6.7 Architecture générale

A l'instant $t = 0$ on considère que le réseau multimodal est complètement vide, ainsi le coût des arcs représente le temps de parcours libre. Un agent central est alors créé à chaque nœud. Les agents assignés aux nœuds représentant une origine reçoivent alors des demandes de déplacement de la part de différents utilisateurs. Sur un intervalle de temps $[t, t + \delta]$, l'agent central reçoit les requêtes des utilisateurs et regroupe ainsi les usagers ayant la même O-D et procède ensuite à la construction

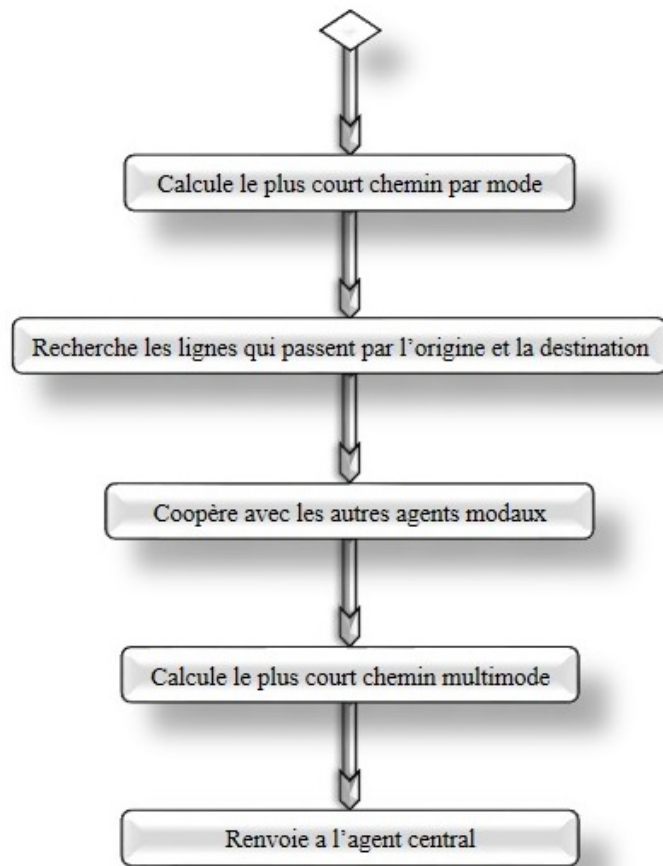


Fig 3.6 – Diagramme d'activité de l'agent mode

des paquets dont la taille est à déterminer selon l'état du réseau à l'instant du calcul. L'agent central procède à l'élimination de tous les cycles dans le graphe puis calcule le plus court chemin routier statique qu'il prendra ensuite comme coût de référence. Il questionne ensuite les agents nœuds pour avoir la liste des modes qui passent par le nœud sur lequel il est positionné. Une fois cette liste à sa disposition, il envoie un message à chaque mode avec la requête de l'utilisateur. Chaque agent mode vérifie si le trajet peut être effectué uniquement en utilisant son mode. Nous avons choisi cette architecture pour décentraliser et paralléliser les calculs.

Dans chaque calcul de plus court chemin qui sera effectué, que se soit par l'agent central ou l'agent mode, on prendra toujours en compte le coût de référence. Si le coût en cours dépasse un certain σ que nous allons déterminer, on arrête d'explorer le chemin en cours.

Chaque agent mode communique avec les agents ligne qui lui sont rattachés pour avoir les heures de départ ainsi que les capacités dans les véhicules. Les agents mode coopèrent ensuite entre eux pour calculer les plus courts chemin avec différentes correspondances avec la condition que l'itinéraire ne doit pas contenir plus de trois

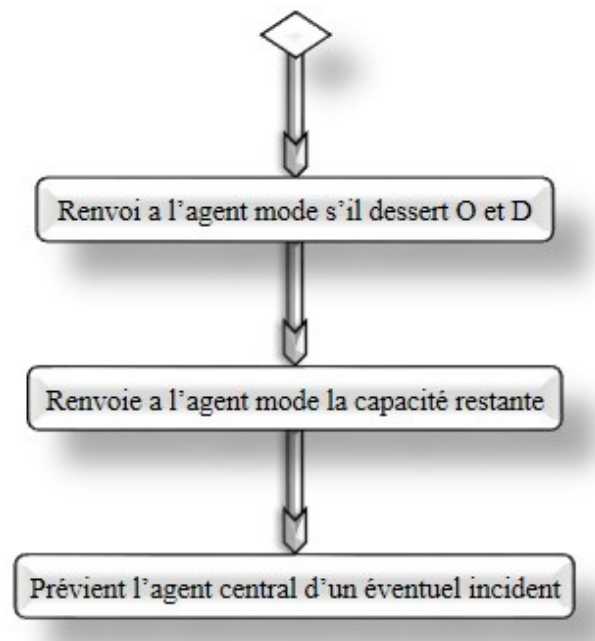


Fig 3.7 – Diagramme d'activité de l'agent ligne

correspondances.

Ces résultats sont ensuite envoyés à l'agent central qui se charge de classer les chemins suivant leurs coûts et l'état du réseau. Par exemple, si un itinéraire possède un moindre coût mais qu'il est surchargé il ne sera pas choisi et ce afin de garder un équilibre système. Une fois que l'utilisateur a reçu son affectation il interroge l'arc pour savoir si la première cellule est libre si c'est le cas il se positionne dessus sinon il se met en file d'attente sur le nœud et réitère sa demande au prochain pas de temps.

Une fois l'utilisateur sur l'arc, il avance cellule par cellule, en interrogeant l'arc à chaque fois pour savoir si la prochaine cellule est vide.

A la sortie de l'arc, le coût est mis à jours comme étant le temps de parcours perçu par le dernier utilisateur. Ce coût sera repris par l'agent central au prochain pas de temps pour son calcul du plus court chemin.

Si l'utilisateur doit prendre une ligne de transport en commun, il doit se positionner sur l'arc d'attente. Il questionne ensuite l'arc d'embarquement pour savoir si la cellule est vide. Si elle ne l'est pas, cela veut dire que le bus ou autre moyen de transport en commun a atteint sa capacité maximale. L'utilisateur devra alors rester sur l'arc d'attente et devra réitérer sa demande au prochain pas de temps. Ce procédé est répété pour chaque nœud, ainsi l'itinéraire choisi à l'origine est remis en question à chaque étape prenant ainsi en considération la dynamique du réseau. Une fois que l'utilisateur a atteint sa destination, l'agent lui correspondant sera tué et sera donc supprimé du réseau.

La figure 3.8 illustre le fonctionnement général du modèle

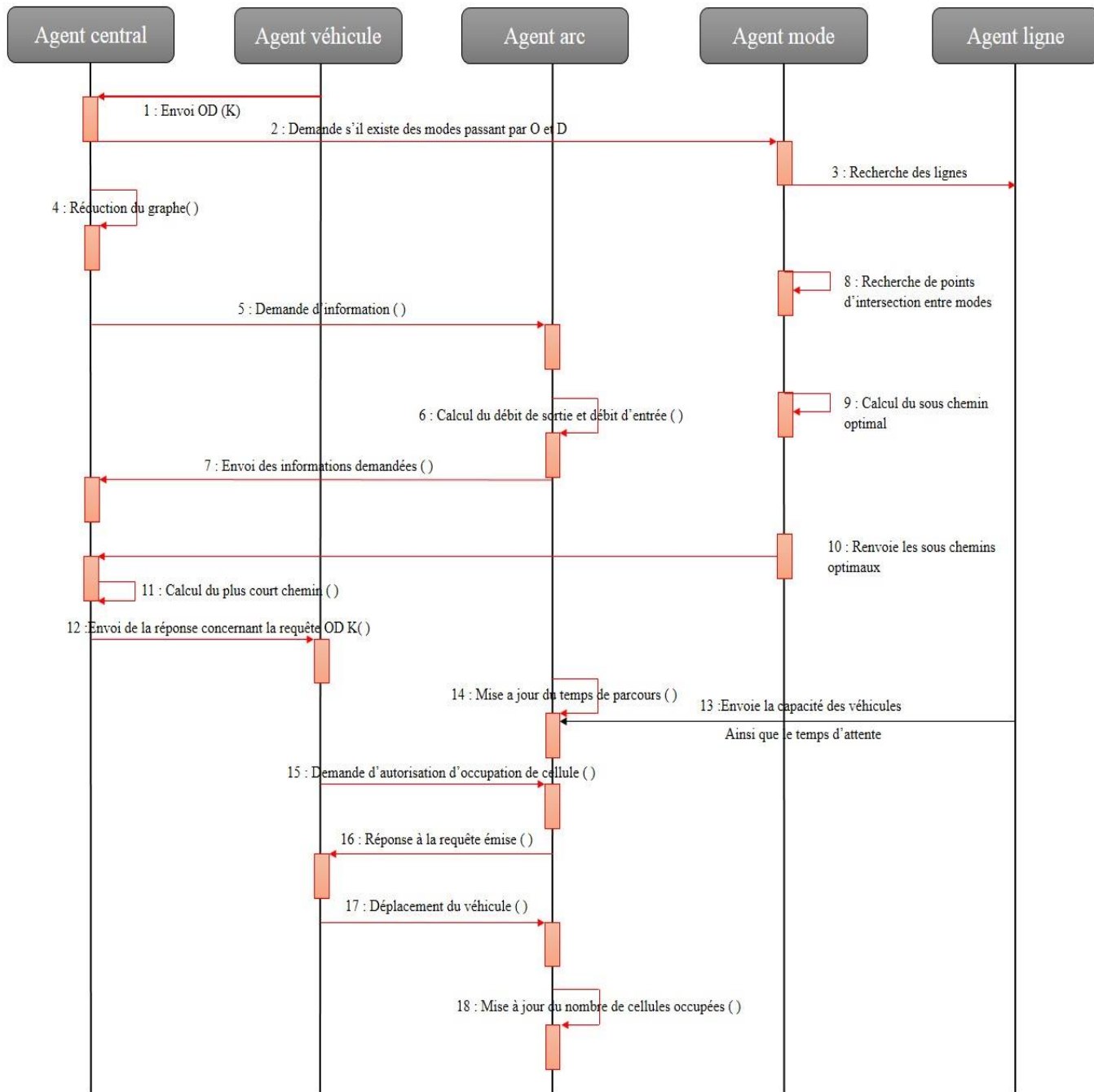


Fig 3.8 – Diagramme des séquences du modèle multi agent

3.7 Algorithme d'affectation

Le pseudo code décrivant les étapes pour l'affectation des usagers dans un réseau multimodal est donné par l'algorithme 4 (voir en fin de chapitre).

Avant de définir l'algorithme de calcul du plus court chemin, nous rappelons l'algorithme de Dijkstra dans le pseudo-code 6. Nous présentons à présent l'algorithme de calcul du plus court chemin multimodal.

3.8 Algorithme de Calcul de plus court chemin

L'algorithme de résolution est basé sur l'algorithme de Dijkstra pour la recherche du plus court chemin auquel des améliorations ont été proposées afin de l'adapter à l'aspect dynamique du problème. Cet algorithme prend en considération deux critères: le coût sur les arcs ainsi que la capacité résiduelle. Ainsi à chaque itération l'algorithme évalue le coût de l'arc qui doit être minimal et sa capacité résiduelle qui doit être positive. Les étapes de résolution sont alors les suivantes:

3.8.1 Etape1: Initialisation

A l'instant $t = 0$ le taux d'occupation des arcs est strictement nul ainsi le coût de chaque arc correspondant au mode m est égal au temps de parcours libre $t_{ij}^m(0) = \frac{L_{ij}^m}{V_{ij}^m}$.

Une réduction du graphe est ensuite appliquée selon l'O-D de l'utilisateur afin d'éliminer les cycles du graphe. Cette réduction est réalisée en croisant l'arborescence orientée ayant pour racine l'origine avec l'arborescence orientée ayant pour racine la destination. Ce procédé est calculé une seule fois pour chaque paire origine-destination.

L'algorithme de Dijkstra est alors appliqué en prenant en considération uniquement les arcs renvoyés par la procédure de réduction du graphe.

3.8.2 Chargement dynamique du réseau

Le chargement du réseau est effectué en évaluant l'état du réseau à chaque pas de simulation. Une fois l'algorithme de Dijkstra calculé, l'utilisateur est affecté sur un arc et se déplace cellule par cellule. Le temps de parcours est alors mis à jour. La figure 3.9 illustre les déplacements de l'utilisateur sur le réseau.

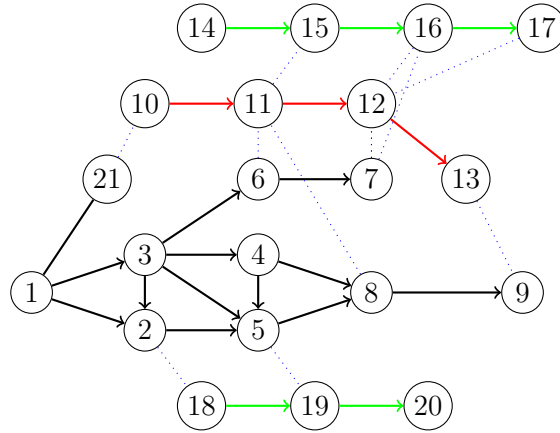


Fig 3.9 – Description du graphe multimodal

3.9 Communications entre agents

Le modèle est implémenté sur la plateforme multi agent JADE qui est fondée sur la spécification de FIPA et comprends les composants ACC (Agent Communication Channel), AMS (Agent Management System) et le DF (Directory Facilitator). Les messages grâce auxquels communiquent les agents sont représentés dans le langage FIPA-ACL.

3.9.1 Communication agent central-agent utilisateur

Le calcul du plus court chemin ainsi que l'affectation et le déplacement des voyageurs sur le réseau se fait grâce à un ensemble de messages échangés entre l'agent central et l'agent utilisateur.

En premier lieu, l'agent utilisateur envoie à l'agent central un message sous forme d'un paquet qui contient son identifiant, son origine et sa destination.

L'agent central, après réception de ce paquet, procède à la réduction du graphe et au calcul du plus court chemin et renvoie à l'utilisateur un message contenant le code du prochain arc à suivre.

3.9.2 Communication agent utilisateur-agent arc

Une fois que l'utilisateur sait sur quel arc il doit se placer, il questionne l'arc pour savoir si la cellule est libre. Si oui, l'utilisateur se positionne directement sur la cellule et libère la précédente. Sinon, il attend un pas de temps et renouvelle sa

demande.

3.10 Contrôle d'un système par information: modèle simplifié

Dans cette section nous allons considérer le problème d'affectation avec information comme étant un problème de contrôle optimal, ou la commande représente l'information que l'on donne aux usagers.

Considérons le problème décrit par la figure 3.10 où l'on considère une paire origine-destination (O-D) reliée par k itinéraires et où on distingue entre deux types d'usagers: les usagers informés (i) et les non informés (n). Notons par μ_k l'information reçue par les usagers, $q_i(t)$ le débit entrant des usagers informés à l'instant $t \in [0, T]$, et $q_n(t)$ le débit entrant des usagers non informés à l'instant $t \in [c, T]$.

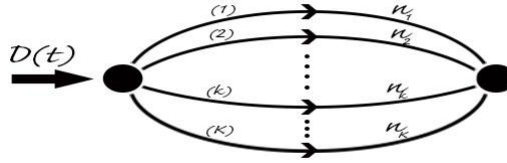


Fig 3.10 – Graphe avec k itinéraires

La demande totale $D(t)$ est alors donnée par $D(t) = q_i(t) + q_n(t)$.
Le modèle de répartition logit est alors donné comme suit

$$q_i(t) = \sum_k q_{ik}(t) \quad (3.1)$$

$$q_n(t) = \sum_k q_{nk}(t) \quad (3.2)$$

La répartition des demandes par itinéraire avec distinction logit est donnée comme suit

$$q_{ik}(t) = q_i(t) \frac{-\theta \mu_k(t)}{\sum_l -\theta \mu_l(t)} \quad (3.3)$$

$$q_{nk}(t) = q_n(t) \frac{-\theta \mu_k(t)}{\sum_l -\theta \mu_l(t)} \quad (3.4)$$

La dynamique simplifiée du trafic est donnée par

$$\frac{dn_k}{dt}(t) = q_{ik}(t) + q_{nk}(t) - \Delta_k(n_k(t)) \quad (3.5)$$

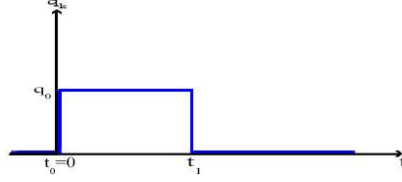


Fig 3.11 – Représentation de la demande en fonction du temps

Ce modèle est de type Merchant et Nemhauser (??) et ne représente qu'approximativement la dynamique du trafic. En effet, considérons que la fonction Δ_k soit une fonction linéaire ($\Delta_k(n_k) = \alpha n_k$) et considérons un créneau à l'entrée de l'itinéraire k avec un état initial $n_k(t)|_{t=0} = 0$.

A partir de l'instant $t_0 = 0$, nous obtenons l'équation 3.6

$$\frac{d}{dt}n_k = q_0 - \alpha n_k \quad (3.6)$$

Ce qui est équivalent à dire

$$\frac{d}{dt}(e^{\alpha t}n_k) = e^{\alpha t}q_0 \quad (3.7)$$

On obtient alors,

$$e^{\alpha t}n_k(t) = \frac{q_0}{\alpha}(e^{\alpha t}-1) \quad (3.8)$$

On aura alors,

$$n_k(t) = \frac{q_0}{\alpha}(1 - e^{-\alpha t}) \quad (3.9)$$

A l'instant t_1 nous avons,

$$n_k(t)|_{t=t_1} = \frac{q_0}{\alpha}(1 - e^{-\alpha t_1}) = n_{k,1} \quad (3.10)$$

Pour un instant $t \geq t_1$,

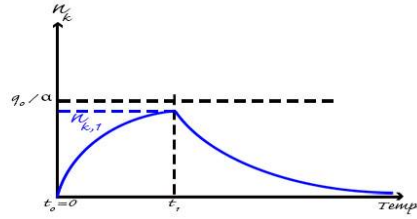
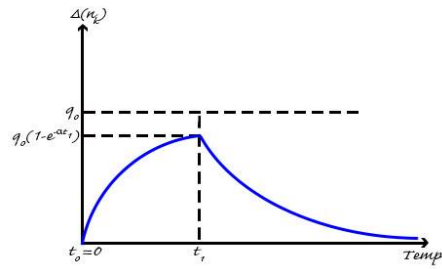
$$\frac{d}{dt}n_k = -\alpha n_k \quad (3.11)$$

Ce qui revient à,

$$n_k(t) = n_{k,1}e^{-\alpha(t-t_1)} \quad (3.12)$$

D'où le profil décrit par la figure 3.12 pour n_k

Et pour le débit de sortie de (k) qui vaut $\Delta n_k = \alpha n_k$

Fig 3.12 – Profil du nombre d'utilisateur n_k Fig 3.13 – Débit de sortie pour l'itinéraire k

On peut alors estimer le temps de parcours de l'itinéraire en résolvant l'équation 3.13

$$\int_{\tau=0}^t q_0 d\tau = \int_{\tau=0}^T \Delta_k(n_k(\tau)) d\tau \quad (3.13)$$

Qui donne le temps de sortie T d'un véhicule entré à t en égalant les débits cumulés entrants et sortants de (k) .

Pour la première phase, qui est le remplissage, nous avons

$$T + \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha} = t + \frac{1}{\alpha}, \quad (t \leq t_1, t + \frac{1}{\alpha} \leq t_1) \quad (3.14)$$

On constate que

- $t = 0 \rightarrow T = 0$ (temps de parcours nul)
- Pour t grand, $T \simeq t + \frac{1}{\alpha}$ (temps de parcours $\frac{1}{\alpha}$)

En poursuivant l'analyse, on verrait que le temps de parcours des derniers véhicules tend vers $+\infty$

3.10.1 Calcul du coût associé au modèle

Considérons un état stationnaire, les débits entrants q_k et sortants Δ_k sont constants et égaux, donc

$$q_k = \Delta_k(n_k) \quad (3.15)$$

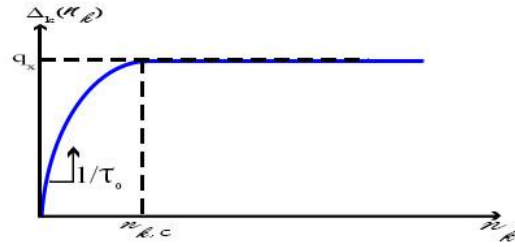


Fig 3.14 – Débit de sortie avec demande de type trafic

Le temps de traversée Δt de l'itinéraire (k) est égal au temps nécessaire pour débiter n_k véhicules au débit $\Delta_k(n_k)$

$$\Delta t = \frac{n_k}{\Delta_k(n_k)} = C_k(n_k) \quad (3.16)$$

Donc le coût associé au modèle est

$$C_k(n_k) = \frac{n_k}{\Delta_k(n_k)} \quad (3.17)$$

Pour une demande de type trafic (LWR, GSOM, [30]) On obtient un coût

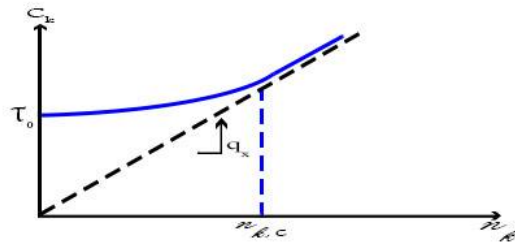


Fig 3.15 – Cout obtenu grâce au débit de sortie

Du point de vue physique, le défaut principal est qu'il n'y a pas de limite de capacité.

Inversement, si on se donne le coût $C_k(n_k)$ on peut déterminer $\Delta_k(n_k)$. On peut partir d'un coût plus réaliste. En effet, via l'équation 3.17 on déduit une fonction de demande dont l'allure est telle que représentée dans la figure 3.17.

Ce qui nous permet de déduire Δ_k tel que

Ce type de modèle est à rapprocher du modèle d'accélération borné ([32]), ou du modèle MFD ([14]). Mentionnons aussi le modèle de Bin Ran (??).

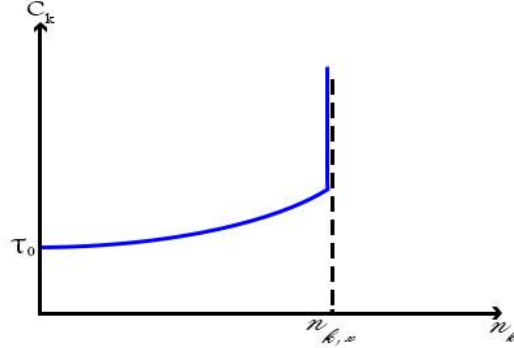


Fig 3.16 – Définition de la fonction coût

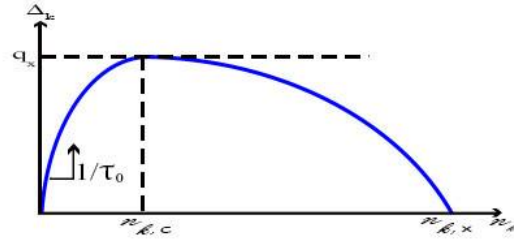


Fig 3.17 – Déduction du débit de sortie par la fonction coût

On pourrait affiner le modèle 3.5 en introduisant une offre $\sigma_k(t)$ donnée pour l'itinéraire (k) , d'où

$$\frac{d}{dt}n_k(t) = q_{ik}(t) + q_{nk}(t) - \text{Min}(\Delta_k(n_k(t)), \sigma_k(t)) \quad (3.18)$$

Ce qui revient à remplacer $\Delta_k(n_k(t))$ par $\text{Min}(\Delta_k(n_k(t)), \sigma_k(t))$ et ne change pas l'analyse de l'optimisation du système.

Le débit sortant devient alors,

$$q_k^s(t) = \text{Min}(\Delta_k(n_k(t)), \sigma_k(t)) \quad (3.19)$$

Le temps de parcours d'un véhicule entrant à l'instant t dans (k) , est donné en égalant les débits cumulés à l'entrée et à la sortie.

$$\int_{s=0}^t (q_{ik}(s) + q_{nk}(s)) ds = \int_{s=0}^{t+T_k(t)} \Delta_k(n_k(s)) ds \quad (3.20)$$

Tel que, $T_k(t)$ est le temps de parcours de (k) des usagers entrant à l'instant $t \in [0, T]$.

Comme vu sur l'exemple, en général T_k est différent de $C_k(n_k)$ sauf en régime stationnaire sous condition de 3.17.

Notons que $C_k(n_k)$ pourrait inclure d'autres coûts que le temps (monétaire,...).

3.10.2 Contrôle optimal du système: Conditions de Pontryagin

3.10.2.1 Enoncé du problème

Le critère de la gestion du système est

$$\text{Min} \int_0^T \sum_{k=1}^K n_k(t) dt \quad (3.21)$$

Ce qui exprime le temps total passé par les usagers dans le système.

Il est équivalent de minimiser le débit cumulé sortant du système et le temps de parcours cumulé.

Le système de gestion s'écrit alors

$$\text{Min} \int_0^T \sum_{k=1}^K n_k(t) dt \quad (3.22)$$

$$\frac{dn}{dt} = F(n, \mu) \quad (3.23)$$

$$\mu \in U(t) \quad (3.24)$$

$$n(0) = n_0 \quad (3.25)$$

Avec les éléments suivants

$$n = (n_k)_{k=1, \dots, K} \quad (3.26)$$

$$\mu = (\mu_k)_{k=1, \dots, K} \quad (3.27)$$

$$F(n, \mu) = (f_k(n, \mu))_{k=1, \dots, K} \quad (3.28)$$

$$f_k(n, \mu) = q_{nk} + q_{ik} - \Delta_k(n_k) \quad (3.29)$$

$$q_{ik} = q_i \frac{\exp(-\theta \mu_k)}{\sum_l \exp(-\theta \mu_l)} \quad (3.30)$$

$$q_{nk} = q_n \frac{\exp(-\theta \mu_k)}{\sum_l \exp(-\theta \mu_l)} \quad (3.31)$$

3.10.2.2 Rappel sur les conditions de Pontryagin

Considérons un problème de contrôle tel que

$$\text{Min}_{u(\cdot), x_t} \int_{t_0}^T L(x, u, t) dt + \lambda(x_t) = J \quad (3.32)$$

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (3.33)$$

$$x(t_0) = x_0, x(T) = x_T \in B \quad (3.34)$$

$$u(t) \in U(t) \quad (3.35)$$

Tel que x_0 est donnée, $x_T \in B$ est libre et T est fixée.

On définit alors

$$H(x, u, y, t) = L(x, u, t) - yf(x, u, t) \quad (3.36)$$

$$H^0(x, y, t) = \text{Min}_{u \in U(t)} H(x, u, y, t) \quad (3.37)$$

On considère la variation δJ induite par la variation δx de l'état résultant d'une variation δu de la commande. On pourra aussi calculer le gradient de J

$$\delta \dot{x} = \partial_x f \delta x + \partial_u f \delta u \quad (3.38)$$

$$\delta x(t_0) = 0 \quad (3.39)$$

$$\delta x_T \in T_{x_T} B \quad (3.40)$$

Tel que $T_{x_T} B$ est un espace tangent en x_T à B .

On définit l'état adjoint y par

$$\dot{y}' = \partial_x H = \partial_x L - y' \partial_x f \quad (3.41)$$

Il en vient que

$$\delta \left(\int_{t_0}^T L(x, u, y, t) dt \right) = \int_{t_0}^T (\partial_x L \delta x + \partial_u L \delta u) dt \quad (3.42)$$

Car t_0 et T sont fixés

$$\delta \left(\int_{t_0}^T L(x, u, y, t) dt \right) = \int_{t_0}^T (\dot{y}' \delta x + y' \partial_x f \delta x + \partial_u L \delta u) dt \quad (3.43)$$

$$= [y' \delta x]_{t_0}^T + \int_{t_0}^T (\dot{y}' - y' \partial_x f + y' \partial_x f \delta x + \partial_u L \delta u) dt \quad (3.44)$$

$$= y' \delta x + \int_{t_0}^T (\dot{y}' - y' \partial_u f + \partial_u L) \delta u dt \quad (3.45)$$

$$= y' \delta x + \int_{t_0}^T \partial_u H \delta u dt \quad (3.46)$$

Au final,

$$\delta J = (\partial_x \lambda(x_t) + y_t) \delta x_t + \int_t^T \partial_u H \delta u dt \quad (3.47)$$

D'où les conditions de stationarité de J obtenus en écrivant que $\delta J = 0, \forall \delta u, \delta x_t \in T_{x_t} B$

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) = -\partial_y H(x, u, y, t) \quad (3.48)$$

$$x(t_0) = x_0, x(T) = x_T \in B \quad (3.49)$$

$$\dot{y}(t) = \partial_x L(x(t), u(t), t) - y'(t) \partial_x f(x(t), u(t), t) = \partial_x H(x(t), u(t), y(t), t) \quad (3.50)$$

$$y(t) + \partial_x \lambda(x_t) \perp T_{x_t} B \quad (3.51)$$

$$u(t) = \text{Min} H(x(t), u(t), y(t), t) \quad (3.52)$$

La condition de transversalité

$$y(t) + \partial_x \lambda(x_t) \perp T_{x_t} B \quad (3.53)$$

$$x_T \in B \quad (3.54)$$

Devient simplement, si x_T est libre

$$y(T) = \partial_x \lambda(x_t) \quad (3.55)$$

Si, de plus, il n'y a pas de critère terminal, il en vient

$$y(T) = 0 \quad (3.56)$$

Des conditions d'optimalité de 3.21 et 3.22 il en vient

$$H(x, y, u, t) = \sum_{k=1}^K n_k - \sum_{k=1}^K y_k (Q_{ik}(u) + Q_{nk}(n) - \Delta_k(n_k)) \quad (3.57)$$

$$\frac{\delta H}{\delta n_k} = 1 + y_k \Delta'_k(n_k) - \left(\sum_{l=1}^k y_l \partial_{n_k} Q_{nl}(n) \right) \quad (3.58)$$

Tel que

$$Q_{nl}(n) = \frac{\exp(-\theta_l(n_l))}{\sum_{p=1}^K \exp(-\theta_p(n_p))} q_n = \gamma_l q_n \quad (3.59)$$

Et,

$$\partial_{n_k} \gamma_u = -\theta C'_k(n_k) \gamma_k + \theta C'_k(n_k) \gamma_k^2 \quad (3.60)$$

$$\partial_{n_k} \gamma_l = \theta C'_k(n_k) \gamma_k \gamma_l \quad (3.61)$$

On déduit,

$$\partial_{n_k} H = 1 + y_k \Delta'_k(n_k) + q_n \theta C'_k(n_k) y_k \gamma_k - q_n \theta C'_k(n_k) y_k \gamma_k \sum_{l=1}^k y_l \gamma_l \quad (3.62)$$

D'où,

$$\frac{dy_k}{dt} = 1 + y_k \Delta'_k(n_k) + q_n \theta C'_k(n_k) \gamma_k(y_k - \sum_l y_l \gamma_l) \quad (3.63)$$

Avec,

$$\gamma_l = \frac{\exp(-\theta C_l(n_l))}{\sum_{p=1}^k \exp(-\theta C_p(n_p))} \quad (3.64)$$

On note que 3.64 est complétée par une condition terminale.

$$y_k(T) = 0 \quad S'il n'y a pas de critère terminal \quad (3.65)$$

$$y_k(T) = -\Delta'_k(n_k) \quad S'il y a un critère terminal \quad (3.66)$$

Examinons maintenant le calcul de la commande optimale via (3.49). Il vient

$$\partial_{u_k} H = - \sum_{l=1}^k y_l \partial_{u_l} Q_{il}(n, u) \quad (3.67)$$

On définit comme par l'équation 3.68

$$x_l = \frac{\exp(-\theta u_l)}{\sum_{p=1}^k \exp(-\theta u_p)} \quad (3.68)$$

D'où

$$\partial_{u_k} x_k = -\theta x_k + \theta x_k^2 \quad (3.69)$$

$$\partial_{u_k} x_l = \theta x_k x_p \quad (3.70)$$

$$\partial_{u_k} H = -q_i y_k \theta x_k + q_i \theta \sum_l y_l x_k x_p \quad (3.71)$$

Soit

$$\partial_{u_k} H = -q_i \theta x_k (y_k - \sum_{l=1}^k y_l x_p) \quad (3.72)$$

$$x_l = \frac{\exp(-\theta u_l)}{\sum_{p=1}^k \exp(-\theta u_p)} \quad (3.73)$$

On déduit que si l'optimisation est sans contraintes

$$y_k = \sum_{l=1}^k y_l x_l, \quad \forall k = 1, \dots, K, \quad \forall t \quad (3.74)$$

On pourrait aussi concevoir que l'on se donne des intervalles $[m_k, M_k]$ dans lesquels chercher $u_k(t)$. Par exemple, $m_k = C_k(n_k)|_{n_k=0}$ et M_k sont donnés par une estimation

de la valeur maximale du coût de k .

Alors (3.49) peut être résolue par

$$u_k = m_k \text{ Si } y_k > \sum_{l=1}^k y_l x_l \quad (3.75)$$

$$u_k = M_k \text{ Si } y_k < \sum_{l=1}^k y_l x_l \quad (3.76)$$

L'équation 3.75 est vraie $\forall t > 0$.

Les n_k se calculent simplement par

$$\frac{dn_k}{dt} = Q_{ik}(u) + Q_{nk}(n) - \Delta(n_k) \quad (3.77)$$

$$Q_{ik}(u) = q_i \frac{\exp(-\theta u_k)}{\sum_{l=1}^k \exp(-\theta u_l)} \quad (3.78)$$

$$Q_{nk}(n) = q_n \frac{\exp(-\theta C_k(n_k))}{\sum_{l=1}^k \exp(-\theta C_k(n_k))} \quad (3.79)$$

$$n_k(0) = n_{0k} \quad (3.80)$$

3.10.3 Résolution numérique

3.10.3.1 Méthode de type gradient

Soit h un indice d'itération. La commande $u_k(t)$ s'écrit maintenant $u_k^h(t)$ qui peut être initialisée de deux façons

- $u_k^h(t) = \frac{m_k + M_k}{2}$
- $u_k^h(t) = C_k(n_k^h(t))$

On calcule $n_k^h(t)$ en résolvant 3.75 et en remplaçant $u_k(t)$ par $u_k^h(t)$ à chaque instant t . Ce qui revient à dire

$$q_{ik}(t) = q_i(t) \frac{\exp(-\theta u_k^h(t))}{\sum_{l=1}^k \exp(-\theta u_l^h(t))} \quad (3.81)$$

On calcule une estimation initiale de y en résolvant (3.60), ou on a remplacé n_k par $n_k^h(t)$ et u_k par $u_k^h(t) \forall k, \forall t$. L'intégration se fait de manière rétrograde en partant de $t = T$ et on évalue le critère

$$\int_{t_0}^T \sum_k n_k^h(t) dt \quad (3.82)$$

A l'itération $h \rightarrow h + 1$, on calcule $\partial_{u_k} H(t)$, $\forall k, \forall t$ via le groupe d'équations (3.69)-(3.70). Puis on choisit α et on calcule

$$u_k^{h,\alpha}(t) = P_{u_k}[u_k^h(t) - \alpha \partial_{u_k} H(t)], \quad \forall k, t \quad (3.83)$$

L'étape suivante consiste à calculer $n_k^{h,\alpha}$ par les équations (3.71)-(3.72) en remplaçant u_k par $u_k^h(t)$, $\forall k, t$.

Par la suite, on calcule le critère

$$J^{h,\alpha} = \sum_{k=1}^K \int_{t_0}^T n_k^{h,\alpha}(t) dt \quad (3.84)$$

Qu'on évalue ensuite de la façon suivante

- Si $J^{h,\alpha} \geq J^h$, on réitère la procédure décrite par l'équation 3.83 en prenant $\alpha = \alpha/2$
- Si $J^{h,\alpha} < J^h$, on réitère la procédure décrite par l'équation 3.83 en prenant $\alpha = 2\alpha$

On retrouve alors u^{h+1} comme étant le dernier $u^{h,\alpha}$ calculé et n^{h+1} comme étant le dernier $n^{h,\alpha}$ calculé. Puis on calcule y^{h+1} en résolvant l'équation (3.60) et en remplaçant n par n^{h+1} . Il s'agit d'un équilibre dynamique optimal système basé sur des coûts instantanés qui sont beaucoup plus accessibles que des coûts prédictifs. Ils mesurent l'état actuel du système et constituent donc de bons indicateurs.

3.11 Importance de l'information donnée aux utilisateurs dans les réseaux multimodaux

Afin de mettre l'accent sur l'impact de l'information donnée aux usagers via un système d'aide au déplacement sur le fonctionnement général du réseau, nous allons présenter une étude sur le paradoxe de Braess.

3.11.1 Rappel sur le paradoxe de Braess

Le paradoxe de Braess dans un réseau décrit l'existence de points d'équilibre non intuitifs. Considérons le graphe suivant qui est composé de 3 chemins $P_1 = \{(1,2),(2,4)\}$, $P_2 = \{(1,2),(2,3),(3,4)\}$ and $P_3 = \{(1,3),(3,4)\}$.

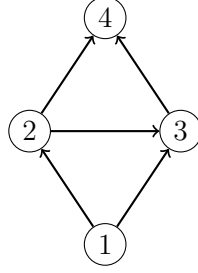


Fig 3.18 – Graphe du paradoxe de Braess

Nous comptons alors trois chemins: $P_1 = \{(1,2), (2,4)\}$, $P_2 = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$, $P_3 = \{(1,3), (3,4)\}$ La demande d_{ij} sur chaque arc (i,j) est

$$d_{12} = d_1 + d_2, d_{23} = d_2, d_{13} = d_3, d_{24} = d_1, d_{34} = d_2 + d_3 \quad (3.85)$$

Notons par d_{ij}^a la demande sur l'arc (i,j) . Le coût c_{ij} sur chaque arc est alors $c_{12} = \alpha + \beta d_{12}^a$, $c_{13} = \gamma + \delta d_{13}^a$, $c_{23} = \lambda + \mu d_{23}^a$, $c_{24} = \gamma + \delta d_{24}^a$ and $c_{34} = \lambda + \mu d_{34}^a$. Ce qui nous donne le coût sur les chemins

$$c_1^p = \alpha + \beta(d_1 + d_2) + \gamma + \delta d_1 \quad (3.86)$$

$$c_2^p = \alpha + \beta(d_1 + d_2) + \lambda + \mu d_2 + \alpha + \beta(d_2 + d_3) \quad (3.87)$$

$$c_3^p = \alpha + \beta(d_2 + d_3) + \gamma + \delta d_3 \quad (3.88)$$

Tel que d_i est la demande sur le chemin i

3.11.2 Calcul de l'équilibre statique sans information

Dans un premier lieu, nous procéderons au calcul de l'équilibre en prenant comme hypthèse que seuls des usagers ne disposant pas d'appareils de guidage sont affectés sur le réseau.

On constate que que les chemins 1 et 3 sont symétriques, ce qui donne une égalité des demandes tel que le montre l'équation (3.89).

$$d_1 = d_3 = \frac{D - d_2}{2} \quad (3.89)$$

Ce qui nous permet de réécrire les équations de cout de la façon suivante

$$c_1^p = c_3^p = \alpha + \gamma + \frac{\beta + \delta}{2} D + \frac{\beta - \delta}{2} d_2^p \quad (3.90)$$

$$c_2^p = 2\alpha + \lambda + \beta D + (\beta + \mu) d_2^p \quad (3.91)$$

$$(3.92)$$

Etant donné que les arcs (1,2) et (3,4) sont plus sensibles a la demande que les autres arcs, nous supposons que $\beta \gg \delta$.

Afin de calculer l'équilibre, nous devons étudier trois cas

3.11.2.1 Cas n 1: Seul l'itinéraire 2 est utilisé

Si l'itinéraire 2 est utilisé seul, ça implique que $d_2 = D$ et $d_1 = d_3 = 0$. Les couts sur les chemins sont alors

$$c_1^p = c_3^p = \alpha + \gamma + \beta D \quad (3.93)$$

$$c_2^p = 2\alpha + \lambda + 2\beta D + \mu D \quad (3.94)$$

$$(3.95)$$

Si tous les voyageurs ont choisis l'itinéraire 2 c'est que son coût doit être inférieur à celui des deux autres itinéraires. Ceci nous permet donc d'écrire la condition suivante

$$c_2^p \leq c_1^p = c_3^p \quad (3.96)$$

La résolution de cette inégalité nous permet d'extraire la condition suivante sur D .

$$D \leq \frac{\gamma - (\alpha + \lambda)}{\beta + \mu} \quad (3.97)$$

Le coût OD correspond alors au coût sur l'itinéraire 2 et qui est donné par l'équation suivante

$$S = c_2^p = 2\alpha + \lambda + (2\beta + \mu)D \quad (3.98)$$

3.11.2.2 Cas n 2: Seuls les itinéraires 1 et 3 sont utilisés

L'utilisation des itinéraires 1 et 3 seuls implique les conditions suivantes

$$d_2 = 0, d_1 = d_3 = \frac{D}{2} \quad (3.99)$$

$$c_1^p = c_3^p \leq c_2^p \quad (3.100)$$

Ces hypothèses nous permettent d'extraire la condition suivante sur la demande

$$D \geq \frac{\gamma - (\alpha + \lambda)}{\frac{\beta - \delta}{2}} \quad (3.101)$$

Le coût OD correspond alors au coût sur l'itinéraire 1 ou 3 et qui est donné par l'équation suivante

$$S = c_1^p = c_3^p = \alpha + \gamma + \frac{\beta + \delta}{2} D \quad (3.102)$$

3.11.2.3 Cas n 3: Tous les itinéraires sont utilisés

Si tous les itinéraires sont utilisés, ça implique que tous les coûts sont équivalents. On écrit alors les conditions suivantes

$$c_2^p = c_1^p = c_3^p, d_2 \in [0, D] \quad (3.103)$$

La résolution de cette équation nous permet d'obtenir l'équation de d_2

$$d_2 = \frac{\gamma - (\alpha + \lambda) - \frac{\beta - \delta}{2} D}{\mu + \frac{\beta + \delta}{2}} \quad (3.104)$$

Pour obtenir l'expression de la demande sur les itinéraire 1 et 3, on résoud l'équation suivante

$$d_1 = d_3 = D - d_2 \quad (3.105)$$

On obtient alors

$$d_1 = d_3 = \frac{(\mu + \beta)D - (\gamma - (\alpha + \lambda))}{\mu + \frac{\beta + \delta}{2}} \quad (3.106)$$

De plus, on sait que

$$d_2 \geq 0 \quad (3.107)$$

$$d_1 = d_3 \geq 0 \quad (3.108)$$

Ce qui nous permet d'avoir les conditions suivantes sur la demande totale

$$D \leq \frac{\gamma - (\alpha + \lambda)}{\frac{\beta - \delta}{2}} \quad (3.109)$$

$$D \geq \frac{\gamma - (\alpha + \lambda)}{\mu + \beta} \quad (3.110)$$

3.11.3 Calcul d'équilibre avec information

Dans cette section, nous considérons qu'une partie des usagers est équipé d'un système d'information et nous supposons qu'ils respectent le résultat de l'affectation. Etant donné que l'itinéraire 2 connecte les arcs les plus sensibles, l'affectation aura pour but de rediriger les utilisateurs informés sur les itinéraires 1 et 3 afin de mieux équilibrer le système. La demande sur l'itinéraire 2 s'exprime alors comme suit

$$d_2 = pD^i + d_2^n \quad (3.111)$$

Ou, p représente une fraction d'usagers informés qui sont affectés sur l'itinéraire 2. De ce fait, $(1 - p)$ représente la proportion d'utilisateurs affectés sur les itinéraires

1 et 3.

Les coûts sur les chemins s'écrivent alors

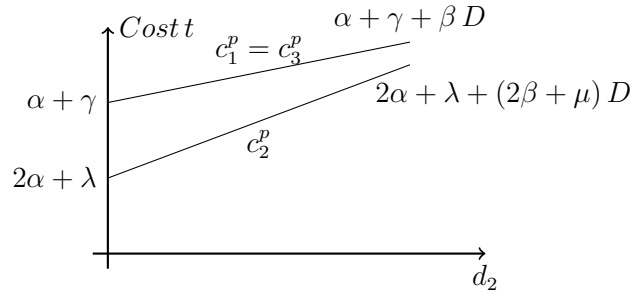
$$c_1^p = c_3^p = \alpha + \gamma + \frac{\beta + \delta}{2}D + \frac{\beta - \delta}{2}pD^i + \frac{\beta - \delta}{2}d_2^n \quad (3.112)$$

$$c_2^p = 2\alpha + \lambda + \beta D + (\beta + \mu)pD^i + (\beta + \mu)d_2^n \quad (3.113)$$

$$(3.114)$$

Dans ce qui suit, nous allons comparer les fonctions coûts pour chaque cas étudié précédemment afin de déterminer si ces coûts peuvent ou non être améliorés.

Dans le premier cas, seul l'itinéraire 2 est utilisé.



Afin de calculer le seuil d_2^* au-dessous duquel les usagers améliorent leurs coûts par rapport à l'équilibre, nous résolvons l'équation suivante

$$c_1^p(d_2) = c_3^p(d_2) = c_3^p(D) \rightarrow \alpha + \gamma + \frac{\beta + \delta}{2}D + \frac{\beta - \delta}{2}d_2 = 2\alpha + \lambda + (\beta + \mu)D \quad (3.115)$$

On obtient alors

$$d_2^* = \frac{(\beta + \mu + \frac{\beta - \delta}{2})D - (\gamma - (\alpha + \lambda))}{\frac{\beta - \delta}{2}} \quad (3.116)$$

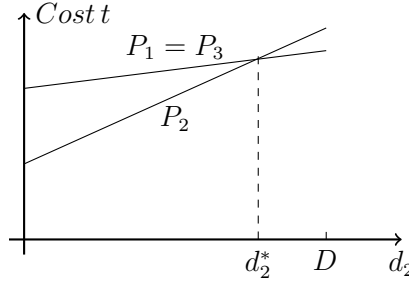
La condition $d_2^* \geq 0$ nous donne

$$D \geq \frac{\gamma - (\alpha + \lambda)}{\beta + \mu + \frac{\beta - \delta}{2}} \quad (3.117)$$

Tous les coûts vérifiant la condition $d_2 < d_2^*$ peuvent être réduits en affectant une proportion $\frac{D - d_2^*}{2}$ sur chacun des chemins 1 et 3. On impose alors deux conditions

- $D^i \geq D - d_2^*$
- Affecter de façon équitable une fraction $D - d_2^*$ de D^i sur les chemins 1 et 3.

Dans le deuxième cas, seuls les itinéraires 1 et 3 sont utilisés.



Dans ce cas, aucune amélioration ne peut être faite car les coûts ne cesseront pas de croître.

Le troisième et dernier cas est celui pour lequel tous les itinéraires sont utilisés.

d_2^* est l'équilibre dont l'expression est donnée comme suit

$$d_2^* = \frac{\gamma - (\alpha + \lambda) - \frac{\beta - \delta}{2}D}{\mu + \frac{\beta + \delta}{2}} \quad (3.118)$$

Afin d'améliorer le temps de parcours, il est nécessaire d'avoir la condition $d_2 < d_2^*$ qui peut être obtenue uniquement si les 2 conditions citées dans le premier cas sont maintenues.

3.11.4 Résumé

Il est possible d'améliorer tous les coûts si $D^i \geq D - d_2^*$ et qu'on affecte une proportion de D^i supérieure à $D - d_2^*$ sur les chemins 1 et 3.

Si $d_1 = d_3 \geq \frac{D - d_2^*}{2}$ alors. Ce qui implique que les utilisateurs choisiront l'itinéraire 2 systématiquement. Dans ce cas, si $D^i \geq D - d_2^*$ et $\frac{D - d_2^*}{2} \leq d_1^i = d_3^i \leq \frac{D^i}{2}$. Ce qui nous donne que $d_2^i \leq D^i - (D - d_2^*)$.

Dans ce cas, tous les usagers non informés sont affectés sur l'itinéraire 2, donc $d_2^n = D^n$.

On obtient alors $d_2 = d_2^i + d_2^n = d_2^i + D^n \leq D^i + D^n - (D - d_2^*) \leq d_2^*$.

La condition est donc assurée.

3.11.5 Résultats numériques

Afin de valider l'étude analytique menée sur le paradoxe de Braess concernant l'impact de l'information sur le système, on va comparer l'évolution des coûts sur différents chemins où l'on considérera deux scénarios. Dans le premier, tous les usagers seront équipés de systèmes d'information et dans le second scénario, seulement 50% des usagers sont informés.

Le graphe que nous allons utiliser est donné par la figure 3.19.

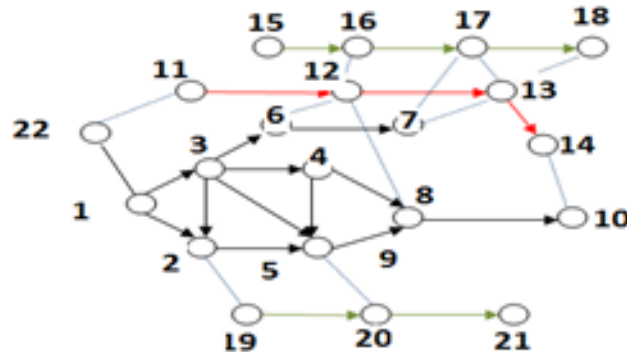


Fig 3.19 – Graphe multimodal

Il y a au total 22 nœuds et 30 arcs sur ce graphe multimodal. La vitesse du métro est de 20m/s et celle du bus est fixée à 12.5m/s. Le temps d'arrêt dans les stations est fixé à 20s pour les deux modes metro et bus. Leur fréquence est de 30 et 6 véhicules par heure respectivement.

Nous considérons alors 3 origines (nœuds 22, 11 et 15) et une destination (nœud 10)).

Nous allons prendre en compte trois chemins dans cette simulation: le chemin 1 de coût libre 190s composé des nœuds (22-11-12-13-14-10), le chemin 2 de coût libre 220s composé des nœuds (22-1-2-5-9-10) et le chemin 3 de coût libre 140 s composé des nœuds (22-11-12-8-10). Nous avons choisi ces 3 chemins car, ensemble, ils reconstituent la structure du paradoxe de Braess, où les arcs critiques sont (22,11), (11,12) et (8,10).

Les coûts sur chaque chemin sont donnés comme suit

Nous remarquons que sur les trois chemins les coûts quand des usagers informés sont présents dans le système sont inférieurs à ceux du cas où il n'y a pas d'usagers informés. Ceci confirme donc les résultats obtenus par l'étude menée sur le paradoxe de Braess.

Nous remarquons aussi des interruptions de pente sur les figures. Ceci est dû aux effets de congestion.

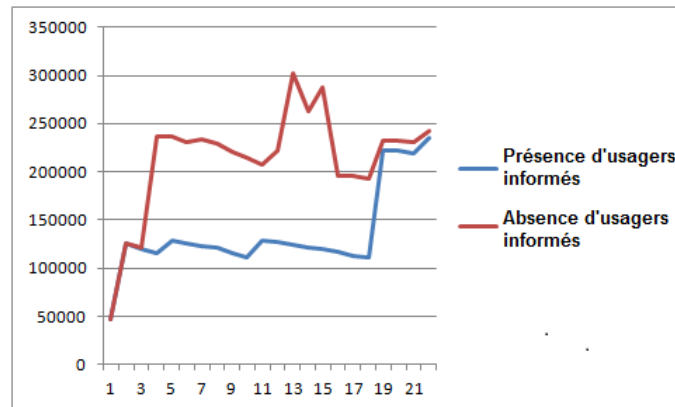


Fig 3.20 – Comparaison des coûts sur le chemin 1 avec la présence d'utilisateurs informés et leur absence

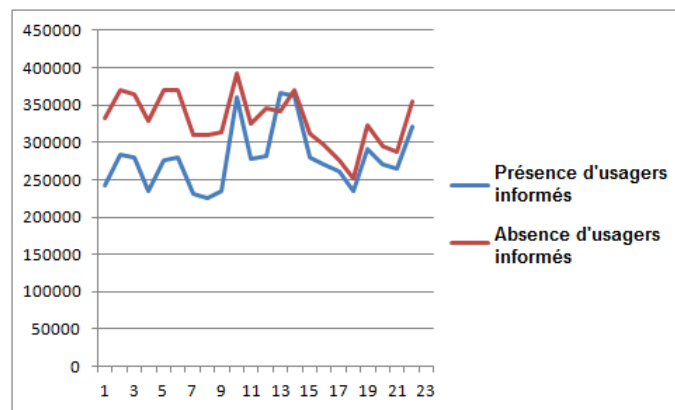


Fig 3.21 – Comparaison des coûts sur le chemin 2 avec la présence d'utilisateurs informés et leur absence

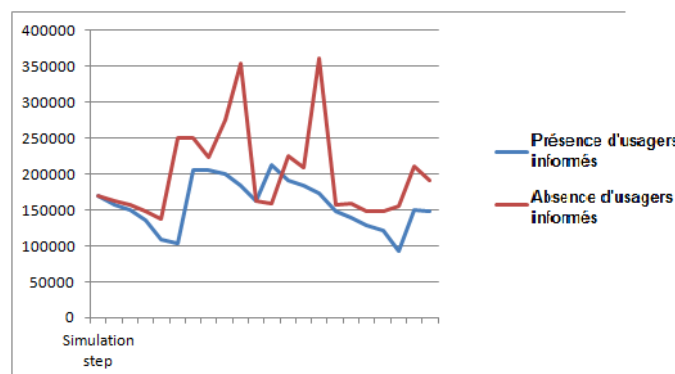


Fig 3.22 – Comparaison des coûts sur le chemin 3 avec la présence d'utilisateurs informés et leur absence

3.12 Modèle d'affectation avec commutation

Dans cette partie, nous allons considérer un cas qui possède la même architecture physique que celle du paradoxe de Braess mais qui prend en considération le passage par un parking pour effectuer un changement d'un mode à l'autre. La transition se fera dans un seul sens celui du routier vers le transport en commun.

Dans notre modèle nous considérons trois modes de transport: un mode véhicule, un mode bus et mode combiné: véhicule+parking+bus.

3.12.1 Modèle de coût pour le mode véhicule

Afin de définir le coût d'un arc routier, nous allons utiliser l'illustration du diagramme fondamental où le flot q , la densité k et la vitesse v sont reliés par l'équation 3.119:

$$q = k * v \quad (3.119)$$

Le diagramme fondamental exprime l'idée que plus le trafic est dense plus faible est la vitesse

$$v = V_e(k) \quad (3.120)$$

Ou, V_e représente le diagramme fondamentale vitesse-densité qui est une fonction décroissante de la densité. Etant donné la relation $q = k * v$, on exprime un nouveau diagramme fondamental flot-densité Q_e tel que:

$$q = Q_e(k) = kV_e(k) \quad (3.121)$$

On obtient alors les expressions suivantes pour $V_e(k)$ et $Q_e(k)$

$$V_e(k) = V_{max} - (V_{max} - V_{crit}) \frac{k}{K_{crit}} \quad \text{If } k \leq K_{crit} \quad (3.122)$$

$$V_e(k) = \frac{Q_{max}}{k} \frac{K_{max} - k}{K_{max} - K_{crit}} \quad (3.123)$$

$$Q_e(k) = k(V_{max} - (V_{max} - V_{crit})) \frac{k}{K_{crit}} \quad \text{If } k \leq K_{crit} \quad (3.124)$$

$$Q_e(k) = Q_{max} \frac{K_{max} - k}{K_{max} - K_{crit}} \quad \text{If } k \geq K_{crit} \quad (3.125)$$

Ces expressions nous permettent alors d'exprimer la vitesse en fonction du flot d_v

$$V(d_{ij}) = V_{max} * (0.5 + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{d_{ij}}{Q_{max}} \eta (1 - \eta)}) \quad (3.126)$$

L'expression du coût est donc donnée comme suit

$$C_v(d_{ij}) = \alpha L_{ij} + v_{ij} \frac{L}{V_{ij}(d_{ij})}, \quad (i,j) \in A_v \quad (3.127)$$

α représente le coût kilométrique moyen, v_{ij} est la valeur du temps, V_{max} est la vitesse maximale sur un arc et Q_{max} est flot maximal.

$\eta = \frac{Q_{max}}{V_{max} K_{crit}} = \frac{V_{crit}}{V_{max}}$ représente le ratio entre la vitesse critique et la vitesse maximale sur un arc. K_{max} est la concentration maximale et K_{crit} est la concentration critique, pour laquelle le débit est maximal.

3.12.2 Modèle de coût pour le mode bus

L'expression du coût pour un arc de bus est donnée par la formule suivante

$$C_b(d_{ij}) = \gamma + v_{ij}\tau + S v_{ij}\tau \frac{Max(0, d_{ij} - d_s)}{d_s} \quad (3.128)$$

γ est le coût monétaire plus le temps d'attente moyen, τ est le coût du voyage qui est évalué en utilisant la valeur du temps v_{ij} . d_s est le seuil de congestion.

La dernière partie de l'expression représente l'impact de la congestion.

3.12.3 Modèle de coût pour le mode parking

Le coût du parking qui correspond au temps de recherche d'une place de parking est donné par l'équation 3.129

$$C_p(n) = \frac{t_p * v_{ij}}{1 - \frac{n(t)}{N}} \quad (3.129)$$

$n(t)$ est une fonction récursive qui représente le nombre d'utilisateurs présents sur le parking et est donné par les équations 3.130. Cette fonction récursive assure le caractère dynamique de la formule ou le nombre d'utilisateurs présents dans le parking a un instant t dépend de la demande cumulée sur cet arc.

$$n(t) = 0 \quad Si \quad t = 0 \quad (3.130)$$

$$n(t+1) = n(t) + d_{ij}\Delta t \quad Si \quad t > 0 \quad (3.131)$$

t_p est le temps d'aller sur la place de parking suivante dans le cas où la première serait déjà prise. v_{ij} est la valeur du temps.

N est la capacité du parking.

d_{ij} est la demande sur l'arc de parking, $n(t)$ est le nombre d'utilisateurs à l'instant t et Δt est le pas de simulation.

Le coût de la marche à pied C_w est fix et égal à deux minutes.

3.12.4 Conditions d'équilibre

Afin de calculer l'équilibre de Wardrop pour ce problème d'affectation, nous appliquons la transformation de Beckman et obtenons le problème d'optimisation suivant:

$$\text{Min } TTP(d) = \int_{t_0}^T dt \sum_{(i,j) \in A} \int_0^{d_{ij}} C_{ij}(t) dt \quad (3.132)$$

$$\text{s.t. } \sum_{k \in P} D^k = D \quad (3.133)$$

$$d_{ij} = \sum_{k \ni (i,j)} D^k, \forall (i,j) \quad (3.134)$$

$$D^k \geq 0, \forall k \in P \quad (3.135)$$

Les simulations seront exécutées sur le graphe 3.23

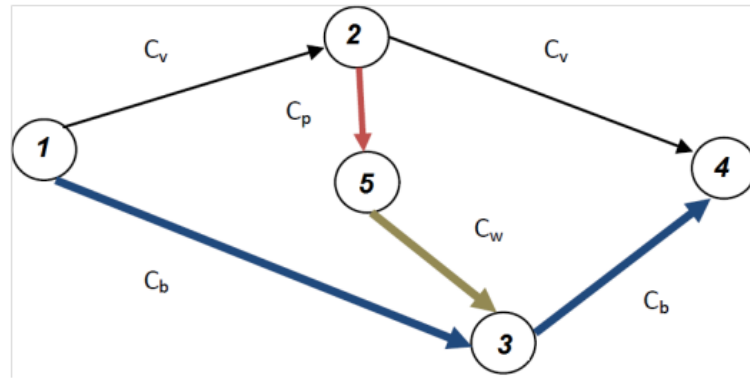


Fig 3.23 – Description du graphe multimodal pour le modèle d'affectation avec commutation

3.12.5 Etapes de résolution

Le problème d'optimisation ((3.49)-(3.51)) est résolu en utilisant un solveur de Matlab avec une demande total $D = 10000$. Une solution exacte sera présentée dans la section (3.12). Les simulations sont exécutées pendant une période de 5 heures, de 6 heures du matin jusqu'à 11 heures du matin, avec un pas de simulation $\Delta t = 15 \text{ min}$. Afin de bien distribuer cette demande le long de la période de simulation, on utilise une loi de probabilité gaussienne et on obtient une demande total par pas de temps $D_{\Delta t}$ tel que,

$$D_{\Delta} = \frac{D * f(t)}{0.25} \quad (3.136)$$

Où $f(t) \rightsquigarrow \mathcal{N}(9,6)$. Cette distribution assure une faible demande au début et à la fin de la simulation et une forte demande pendant les heures de pointe (qu'on définit approximativement entre 8 heures et 10 heures du matin).

Lors de ces expérimentations, nous assumons que les longueurs des arcs (1,2), (2,4), (1,3), (3,4) sont respectivement égales à 12, 8, 18, 8. Le coût kilométrique moyen α est fixé à 0.33 et la valeur du temps pour le mode véhiculaire v_{ij} est de 23 euros/hr.

La vitesse maximale V_{max} le long de l'arc (1,2) est de 100 km/hr étant donné que cet arc représente une autoroute, alors que la vitesse maximale le long de l'arc (2,4) est de 50km/hr vu qu'elle représente une route rurale.

$Q_{max} = 1100vh/hr$, $K_{crit} = 36vh/km$ et $S = 1.6$.

Passons à présents aux paramètres du mode bus, nous assumons que le coût monétaire est de $\gamma = 1.2$ euros, $\tau = 0.53hr$, $v_{ij} = 15$ euros/hr and $d_s = 800$ voyageurs/hr.

La capacité maximale du parking N est fixée à 600 véhicules, $\Delta t = 15min$, $v_{ij}(t) = 23euros/hr$ et t_p est fixé à 10 secondes.

Les résultats de l'optimisation nous renvoient la demande sur chaque chemin. Ces distributions sont données par la figure 3.28 et la fraction des demandes en fonction de la demande totale en fonction du temps sont données par la figure 3.29.

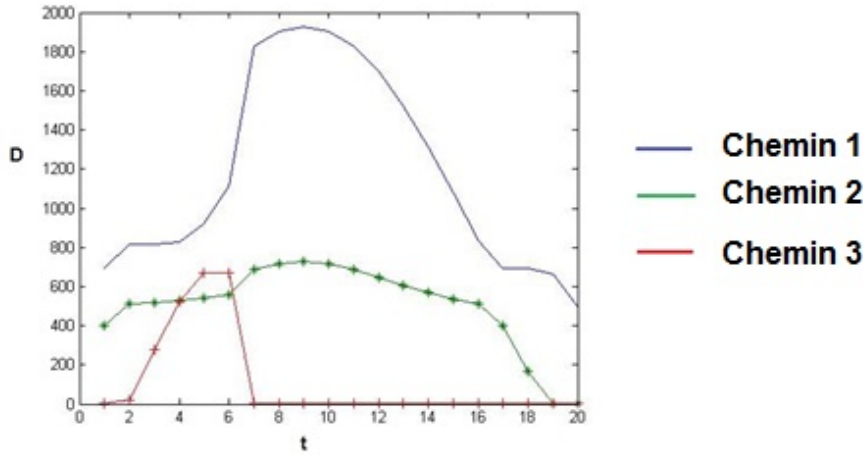


Fig 3.24 – Distribution de la demande le long des 3 chemins

Nous augmentons à présent la capacité du parking de 600 à 800 afin de vérifier son impact sur l'affectation. Les résultats sont présentés dans les figures suivantes. La comparaison des deux scénarios montre que la demande sur le chemin de mode véhiculaire particulier baisse quand la capacité du parking augmente. De la même

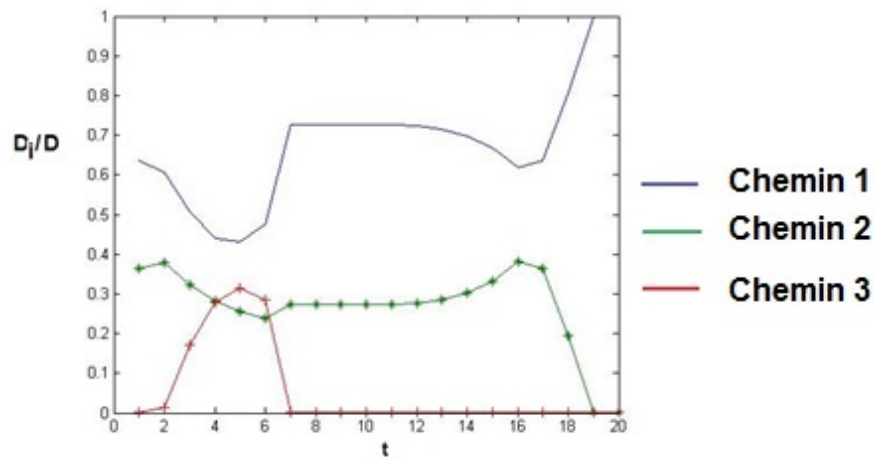


Fig 3.25 – Fraction des usagers sur les trois chemins

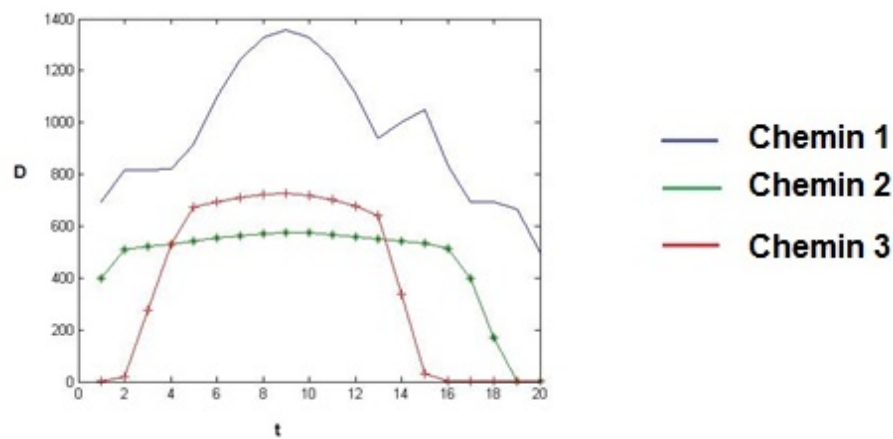


Fig 3.26 – Distribution de la demande le long des 3 chemins avec une plus grande capacité de parking

façon, les distributions sur les deux autres chemins augmentent avec l'augmentation de la capacité du parking.

3.12.6 Discussion

La figure 3.28 montre que la répartition de la demande suit le modèle gaussien pour les trois chemins, étant donné que les trois montrent une augmentation de la demande jusqu'au pas de temps 12 où elle commence ensuite à baisser. A présent, ce qui nous intéresse c'est de suivre comment la demande est distribuée le long des chemins. Nous remarquons alors que le mode véhicule particulier est le plus utilisé.

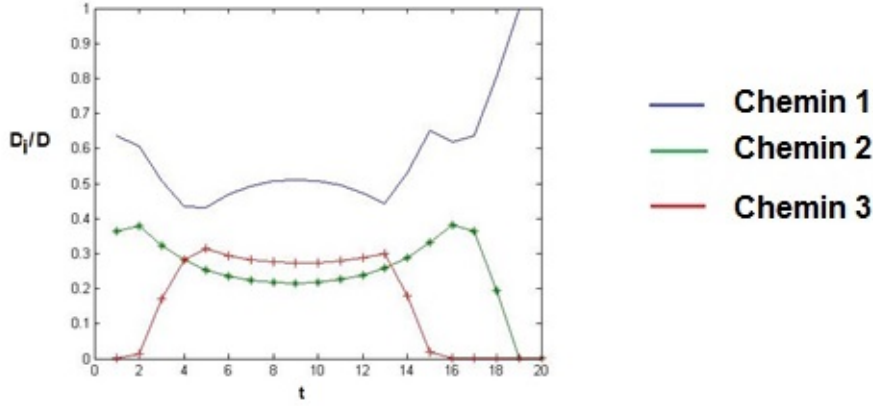


Fig 3.27 – Fraction des usagers sur les trois chemins avec une plus grande capacité de parking

Ceci est confirmé par la figure 3.29 qui montre que la fraction de voyageurs utilisant le mode TC et le mode incluant le parking est très faible par rapport aux véhicules particuliers. En effet, la fraction d'utilisateurs prenant le mode TC et le parking ne dépasse pas 0.4 et 0.3 respectivement. En parallèle, cette fraction est au moins égale à 0.45 pour le mode véhicule particulier. A la fin des simulations, nous observons que tous les usagers sont affectés au mode véhicule particulier.

Après l'augmentation de la capacité du parking, nous observons une légère amélioration concernant la répartition de la demande. La fraction de voyageurs qui utilisent le mode incluant le passage au parking est passé d'un maximum de 0.25 à un maximum de 0.3 avec une meilleure répartition à travers le temps. A la fin des simulations, les usagers sont toujours affectés au mode véhicule particulier.

3.13 Extension du modèle

Comme le suggère les calculs numériques, il serait avantageux de retarder le chargement du parking jusqu'au moment où la demande est au plus haut et ce, pour pouvoir profiter au mieux de la capacité que fournirait le mode contenant le parking.

Nous allons alors considérer le problème suivant qui est une généralisation du modèle précédent. Où le coût du parking est de

$$K_{ij}(n_{ij}(t)) = w_{ij} + \frac{\theta_{ij}}{1 - \frac{n_{ij}(t)}{N_{ij}}}, \forall (i,j) \in E \quad (3.137)$$

Avec n_{ij} le nombre de voiture en stationnement, N la capacité du parking, θ_{ij} et w_{ij} sont des paramètres.

Le coût du chemin est alors

$$\Gamma_p(t) = \sum_{(i,j) \in P \cap PL} C_{ij}(d_{ij}(t)) + \sum_{(i,j) \in P \cap OL} K_{ij}(n_{ij}(t)) \quad (3.138)$$

Où OL représente l'ensemble des arcs ordinaire et PL l'ensemble des arcs de parking L'équation dynamique représentant le taux d'occupation du parking sur un arc est décrite comme suit

$$\dot{n}_{ij} = d_{ij} \quad (3.139)$$

Considérons à présent le problème suivant qui est en coûts instantanés et est donné pour une paire (O-D) et plusieurs parkings.

$$\text{Min} \int_{t_0}^T \sum_{(i,j) \in OL} \Gamma_{ij}(d_{ij}(\tau)) d\tau + \int_{t_0}^T \sum_{(i,j) \in PL} d_{ij}(\tau) K_{ij}(n_{ij}(\tau)) d\tau \quad (3.140)$$

$$\text{s.t. } \dot{n}_{ij}(t) = d_{ij}(t), \quad \forall (i,j) \in PL \quad (3.141)$$

$$D(t) = \sum_{p \in P} d_p(t), \quad \forall t \in [t_0, T] \quad (3.142)$$

$$d_{ij}(t) = \sum_{p \ni (i,j)} d_p(t) \quad (3.143)$$

$$d_p(t) \geq 0, \quad \forall p \in P, \forall t \in [t_0, T] \quad (3.144)$$

$\Gamma_{ij}(d_{ij})$ représente la primitive de $C_{ij}(d_{ij})$. Ainsi, le critère du problème d'optimisation peut être interprété comme le coût total de la formation de l'équilibre d'affectation pendant la période. C'est l'intégration sur le temps du coût TTP .

Ce problème d'optimisation peut ainsi être considéré comme un problème de contrôle avec des variables d'état et de contrôle. Le Hamiltonien de ce problème est donné par l'équation suivante:

$$H(n,y,d,t) = \sum_{(i,j) \in OL} \Gamma_{ij}(d_{ij}) + \sum_{(i,j) \in PL} d_{ij} K_{ij}(n_{ij}(d_{ij})) - \sum_{(i,j) \in PL} d_{ij} y_{ij} \quad (3.145)$$

Ou, $y(t) = y_{ij}(t)_{(i,j) \in PL}$ est l'état adjoint.

Les conditions d'optimalité de Pontryagin donnent:

$$\dot{n}_{ij} = d_{ij}, \quad \forall (i,j) \in PL \quad (3.146)$$

$$n_{ij}(t_0) = n_{ij,0}, \quad \forall (i,j) \in PL \quad (3.147)$$

$$\dot{y}_{ij} = d_{ij} K'_{ij}(n_{ij}), \quad \forall (i,j) \in PL \quad (3.148)$$

$$y_{ij}(T) = 0, \quad \forall (i,j) \in PL \quad (3.149)$$

$d(t) = d_{ij}(t)_{(i,j) \in E}$ est la solution de $\min_{\delta \in H(t)} H(n(t), y(t), \delta, t)$ ou $H(t)$ représente l'ensemble des contraintes de flôt à l'instant t .

$d(t) = d_{ij}(t)_{(i,j) \in E}$ est donc solution du problème

$$\min_{d_p, p \in P} \sum_{(i,j) \in OL} \Gamma_{ij}(\delta_{ij}) + \sum_{(i,j) \in PL} \delta_{ij} (K_{ij}(n_{ij}) - y_{ij}) \quad (3.150)$$

$$D(t) = \sum_{p \in P} d_p \quad (3.151)$$

$$d_p \geq 0, \quad \forall p \in P \quad (3.152)$$

$$\delta_{ij} = \sum_{p \in P} d_p, \quad \forall (i,j) \in OL \quad (3.153)$$

Un intérêt particulier doit être porté aux points suivants:

- Dans (3.149), la valeur finale de l'état adjoint exprime la relation transversale pour les conditions d'optimalité de Pontryagin à condition que le problème d'optimisation possède un état final libre.
- Le problème d'optimisation dans (3.150) représente simplement un équilibre utilisateur à l'instant t avec une légère variante qui est que le coût du parking dans cette formulation est augmenté par y_{ij}

A présent, nous allons passer au calcul de l'état adjoint. Il suffit de reprendre $\dot{n}_{ij} = d_{ij}$, $\dot{y}_{ij} = \frac{d}{dt} K_{ij}(n_{ij})$ ainsi que l'intégrale de (3.149) pour obtenir

$$y_{ij}(t) = \int_t^T K_{ij}(n_{ij}(\tau)) d\tau \quad (3.154)$$

Ceci prouve que l'état adjoint est négatif et tend positivement vers 0.

Ainsi, la solution optimale pour notre problème d'optimisation est effectivement un équilibre utilisateur à chaque instant avec un coût de parking augmenté afin de dissuader les usagers d'utiliser ce mode au tout début de la période de simulation. Dans la pratique, cette idée pourrait être appliquée en donnant des recommandations aux utilisateurs concernant leur itinéraire. Par exemple, en leur recommandant d'utiliser le mode contenant un parking pendant la période où la demande est au plus haut plutôt que pendant la période de pointe. Il est utile d'estimer l'état adjoint dans le but d'estimer le moment optimal pour faire ces recommandations. On considère alors deux méthodes

1. Résoudre le problème d'optimisation en utilisant (3.146)-(3.149) de manière itérative et en calculant de façon successive n , y et d (la méthode de la série divergente peut être appliquée afin de forcer la convergence).
2. Observer le nombre de véhicules en stationnement sur une base journalière puis analyser ces données afin de détecter un schéma qui permettrait de prédire les valeurs de n .

Afin d'appuyer cette étude, nous avons mené la même étude numérique que précédemment mais avec un délai sur l'introduction du parking. Nous avons alors obtenu les figures suivantes

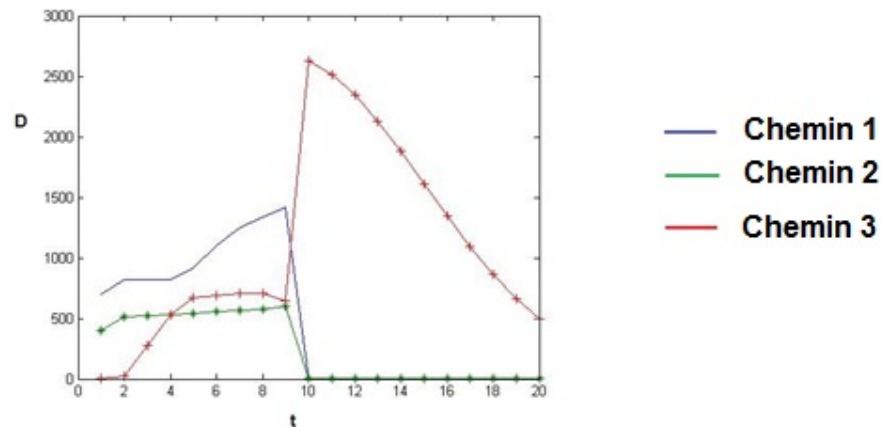


Fig 3.28 – Distribution de la demande le long des 3 chemins

Avec le délai sur l'introduction du mode incluant un parking, on remarque un passage de l'utilisation unique du mode auto à la fin de la simulation vers une utilisation unique du mode P&R.

Il est bien-sûr possible, avec notre approche, de définir l'impact de la capacité du parking sur l'équilibre. De manière plus utilitaire, notre approche permet d'optimiser l'utilisation de la capacité de parking déjà existante.

3.14 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons d'abord présenté le modèle multi-agents étendu au cas multimodal. Nous avons ensuite présenté le problème sous forme d'un problème

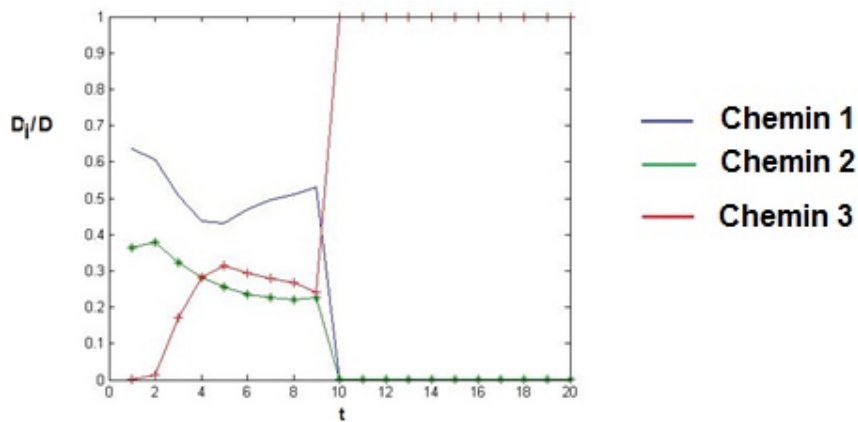


Fig 3.29 – Fraction des usagers sur les trois chemins

de contrôle optimale ou la commande représente l'information que l'on donne aux utilisateurs. Par la suite, nous avons étudié l'impact de cette information sur le paradoxe de Braess où le résultat obtenu implique que grâce à l'information que nous passons aux voyageurs, nous pouvons améliorer le coût de deux des itinéraires. Nous avons ensuite présenté un modèle d'affectation avec commutation qui démontre que lorsque un parking est mis à disposition des usagers, les transports en commun deviennent plus attrayants. Ainsi, plus la capacité du parking est grande plus les transports en commun sont utilisés.

Algorithm 4 Pseudo-code de l'affectation de voyageurs dans un réseau multi-modale suivant un environnement multiagent

1. Initialisation des coûts

Require: $G, G^m, C_{ij}^m, C_{ij}^t, L_{ij}^m, V_{ij}^m$ \triangleright Input Graphe, Graphes modaux, coût des arcs par mode, coût de l'arc de transfert, Longueur des arcs par mode, Vitesses sur les arcs par mode

$c_{ij}^m = \frac{L_{ij}^m}{V_{ij}^m}$ \triangleright Le coût est initialisé comme étant le coût libre

$c_{ij}^t = 0$ \triangleright Le coût de transfert est initialisé à 0

2. Création des paquets d'utilisateurs

Require: $G, OD^i, V^m, E^m, B^k, Z$ \triangleright Input Graphe, le couple Origine-Destination de l'utilisateur i , l'ensemble des nœuds, l'ensemble des arcs, le paquet avec un identifiant k , la taille du paquet

$k=1$; \triangleright Initialisation de l'indice du paquet

for $do i = O$

for $do (i,j) \in Successeurs(i)$

$Z = Capacité_{résiduelle}((i,j))_{c_{ij}^m = \min_{(l,s) \in E^m} c_{ls}^m} - 1$; \triangleright La taille du paquet est égale à la capacité résiduelle sur l'arc de coût minimal moins un

end for

Tantque \bar{Z}

if **then** $OD^k = OD^j$

$B^k = j$

end if

end for

3. Elimination des cycles

4. Calcul du plus court chemin;

for $do i \in V$

L'agent central du nœud i envoie un message à l'agent nœud pour avoir la liste des modes présents sur ce nœud;

Il envoie alors la requête à chaque agent mode;

for $do AM \in i$

for $do Ligne \in AM$

if **then** $no \in Liste_{arrets}$ et $d \in Liste_{arrets}$

Calculer le coût du trajet de Ligne;

else Calculer le chemin multimodal

end if

end for

end for

Renvoie le résultat à l'agent central;

end for

5. Classification des chemins par l'agent central selon le meilleur au pire dans une liste rangée ; $Liste_{chemin}$

6. Affectation des usagers;

for i **dot** $=1$ \triangleright Initialisation de l'itérateur sur le premier chemin de la liste

if **then** $capacité_{résiduelle}((i,j)) \geq Z$

Affectation du paquet sur le chemin it ;

else $it++$;

end if

Algorithm 5 Pseudo-code de l'algorithme de Dijkstra

F File de priorité vide
 d_s tableau de taille $|S|$
 $d_s[s] = 0$;
 V Ensemble vide de sommets
Ajouter v à V
Require: G, w, s ▷ Le graphe, les poids de l'arc, le sommet source
 for arc a sortant de s **do**
 longueur = $d_s[s] + w_a$;
 Insérer(F, a , longueur);
 end for
 while V est non vide **do**
 (u, v) , poids = Extraire-Min(F)
 if $v \notin V$ **do** $d_s(v) = \text{poids}$; Ajouter v à V ;
 for arc a sortant de v **do** longueur = $d_s[u] + w_a$;
 end for
 end if
 end while

Algorithm 6 Pseudo-code de l'algorithme de calcul du plus court chemin multimodal

F File de priorité vide

d_s tableau de taille $|S|$

$d_s[s] = 0$;

V Ensemble vide de sommets

Ajouter v à V

Require: G, w, s, AM \triangleright Le graphe, les poids de l'arc, le sommet source, l'agent mode

1. Calcul du plus court chemin routier

Dijkstra(G, w, o) \triangleright Appelle la fonction de calcul du plus court chemin définie précédemment

2. Calcul du plus court chemin multimodal

L'agent central reçoit la liste des modes par l'agent nœud

for AM dans n **do**

if $O \supset AM$ et $D \supset$ **do**

 Dijkstra(G, w, n);

else

for arc a sortant de s **do**

for Am dans successeurs de n **do**

if $D \supset AM$ **do**

 longueur = $d_s[s] + w_a$;

if longueur \leq *cout_{reference}* + δ **do**

 Insérer(F, a , longueur);

end if

end if

end for

end for

end if

end for

while V est non vide **do** (u, v), poids = Extraire-Min(F)

if $v \notin V$ **do** $d_s(v) = \text{poid}$; Ajouter v à V ; **for** arc a sortant de v **do** longueur = $d_s[u] + w_a$; Insérer(F, a , longueur)

end for

end if

end while

3. Echange des résultats entre Agents modes

4. Concaténation des sous chemins pour constituer le chemin multimodal

5. Envoie à l'agent central

Chapitre 4

L'introduction de véhicules autonomes

4.1 Introduction

Les développements que connaissent aujourd'hui les systèmes de transport routiers imposent de nouveaux challenges en termes de recherche sur la gestion de trafic. Ainsi, de nouvelles approches ont été établies, on cite notamment le développement des systèmes de transport intelligents (STI).

L'étude menée dans le chapitre précédent démontre que les utilisateurs optent pour les transports en commun au détriment du mode routier lorsque des conditions de commutation plus attrayantes leur sont proposés.

Les véhicules autonomes proposent plusieurs caractéristiques qui permettent de réduire le temps de parcours en comparaison à celui qu'on expérimenterait en utilisant un véhicule classique. Une question s'est alors imposée, qu'est ce qui se passerait si on intégrait ce type de véhicule dans notre réseau multimodal? C'est à cette question que nous allons essayer de répondre dans ce chapitre.

4.2 Définition du calcul autonome

Le calcul autonome est un environnement de simulation qui possède la capacité d'auto organisation et a la possibilité de s'adapter de manière dynamique aux différents changements qui pourraient se produire. Selon IBM, c'est une technologie qui intervient lorsqu'il y a un besoin de minimiser les coûts et maximiser l'efficacité par la gestion des ressources et des applications. Afin d'obtenir de tels résultats,

des prises de décision fiables doivent être faites en se basant sur une interprétation intelligente de l'information fournie par des systèmes automatiques.

On peut alors définir le calcul autonome par 4 propriétés importantes:

- Auto guérison: afin de découvrir, diagnostiquer et agir pour prévenir tout type de perturbations.
- Auto protection: afin d'anticiper, détecter, identifier et se protéger de toute menace.
- Auto configuration: Afin de s'adapter de manière dynamique aux changements qui pourraient apparaître dans l'environnement et ce, en utilisant des stratégies proposées par des professionnels du transport intelligent.
- Auto optimisation: Afin de régler les ressources et équilibrer la charge dans le but de maximiser l'utilisation de l'information.

En bref, le calcul autonome permet de gérer la complexité de l'inefficacité des réseaux en utilisant une technologie permettant de gérer une autre technologie.

4.3 Simulation multi-agent

Dans cette section, nous allons utiliser le simulateur multi agent présenté dans le chapitre précédent pour introduire la ligne autonome pas à pas. Nous allons alors, grâce à ce simulateur, comparer l'impact des différents modes sur le système de transport. Nous allons ensuite comparer les résultats avec les résultats théoriques présentés dans la section précédente.

4.3.1 Présentation des scénarios

Afin d'implémenter et d'établir le comportement des agents ainsi que l'impact de l'introduction graduelle d'un système autonome sur le réseau de transport, nous définissons un ensemble de scénarios de transition de la façon suivante.

- Scénario de base: connexion d'une origine destination par deux modes de transport: un mode ferroviaire et un mode contenant des routes rurales et une autoroute a deux voies pouvant être utilisée uniquement par les véhicules privés

- Scénario 1: même scénario que le scénario de base mais à présent, l'autoroute est ouverte aux bus.
- Scénario 2: scénario 1+ mise à disposition d'un parking à l'entrée de l'autoroute.
- Scénario 3: scénario 2 + ligne réservée pour le bus sur l'autoroute.
- Scénario 4: implémentation d'une ligne autonome sur l'autoroute uniquement ainsi qu'une voie réservée pour les véhicules autonomes avec un taux initial de pénétration des véhicules autonomes particuliers de 10%.
- Scénario 5: Scénario 4 avec un taux de pénétration pour les véhicules autonomes privés de 50%.

Ces scénarios seront testés sur le réseau archétype représenté par la figure 4.1 et seront introduits un à un afin d'évaluer les changements qui vont en découler.

Ce graphe contient 10 nœuds et 10 arcs et représente deux régions rurales connec-

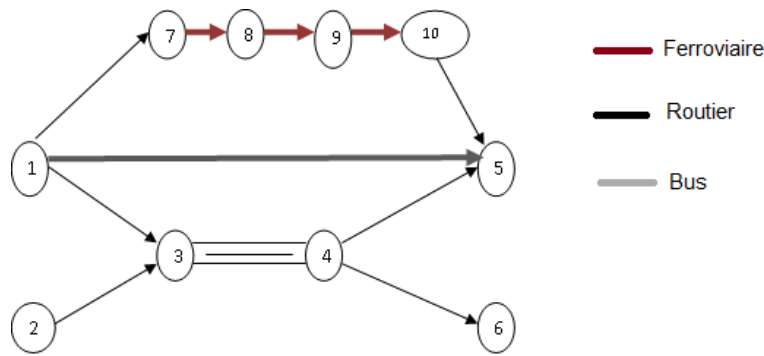


Fig 4.1 – Réseau multimodal

tées par une autoroute à deux voies et une ligne de train, ce qui donne à l'utilisateur partant du nœud d'origine 1, le choix entre deux modes de transport. La longueur de la ligne de train est de 8 *kilomètres* et celle de l'autoroute est de 6 *kilomètres*. La vitesse du train est de 150km/h et la vitesse maximale sur l'autoroute est de 110km/h. La longueur des arcs ruraux est de 1km chacun et la vitesse maximale est de 70km/h.

L'arc reliant les nœuds 3 et 4 représente l'autoroute et les arcs en rouge représentent la ligne ferroviaire. Tous les autres arcs représentent des routes rurales.

4.3.1.1 Application du scénario de base

Nous lançons l'exécution de notre application basée sur un système multi agent sur le graphe et les paramètres présentés précédemment pendant une durée de 15 minutes. Nous analysons ensuite la répartition des usagers sur les différents chemins ainsi que les temps de parcours. L'évolution du temps de parcours par rapport au nombre de véhicules est donné par la figure 4.2

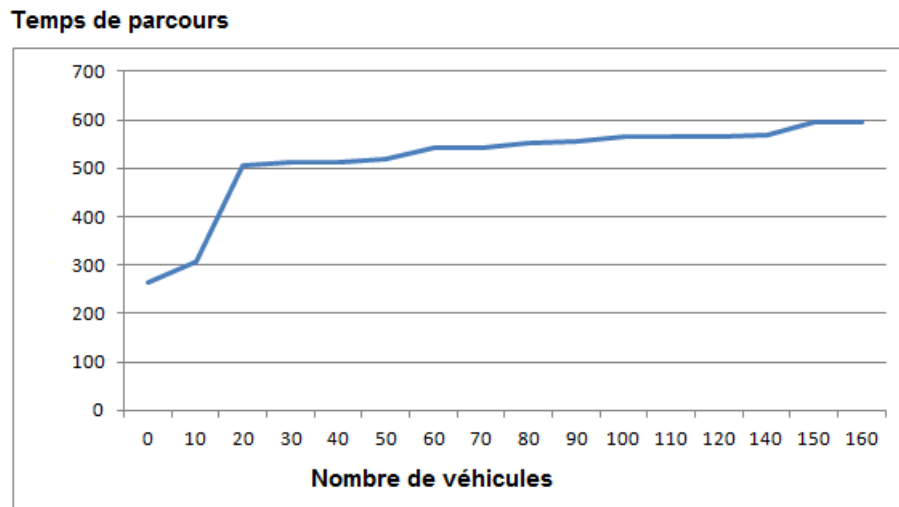


Fig 4.2 – Evolution du temps de parcours par rapport au nombre de véhicules pour le scénario de base

4.3.1.2 Application du scenario 1

A présent, nous ouvrons l'accès de l'autoroute aux bus et réexécutions notre modèle multi agent. Les résultats sont présentés dans la figure 4.3:

4.3.1.3 Application du scenario 2

Dans ce scénario, l'accès de l'autoroute est ouvert aux bus et un parking est mis à disposition à l'entrée de l'autoroute. Après l'exécution de notre modèle multi agent nous obtenons les résultats présentés dans la figure 4.4

4.3.1.4 Application du scenario 3

Nous ajoutons, à présent, au scénario 2 une ligne de bus réservée sur l'autoroute. Les résultats sont présentés dans la figure 4.5

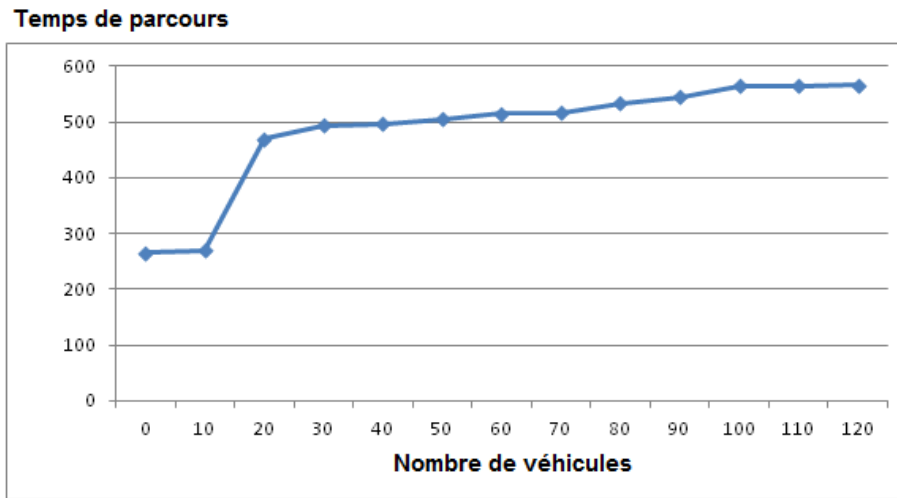


Fig 4.3 – Evolution du temps de parcours par rapport au nombre de véhicules pour le scénario 1

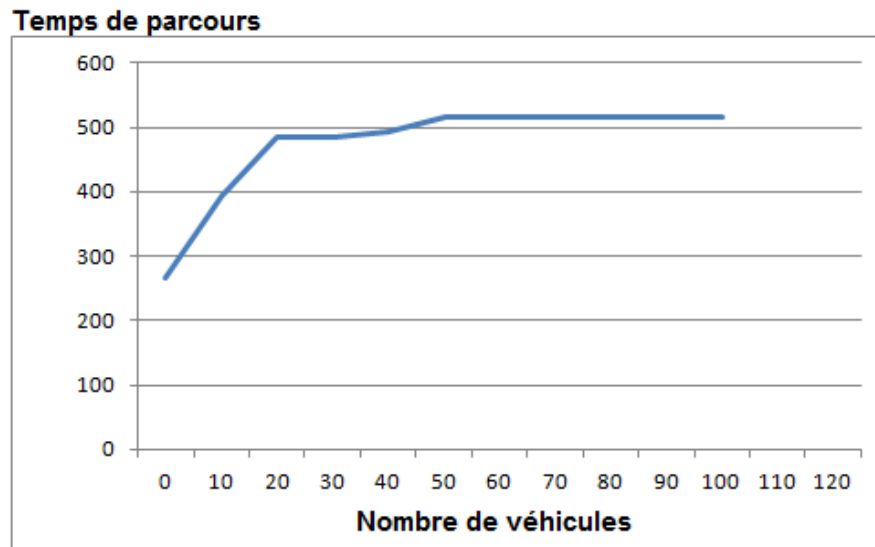


Fig 4.4 – Evolution du temps de parcours par rapport au nombre de véhicules pour le scénario 2

4.3.1.5 Application du scenario 4

Nous implémentons une ligne autonome sur l'autoroute uniquement avec une voie réservée et un taux initial de pénétration des véhicules autonomes particuliers de 10%. Les résultats sont présentés dans la figure 4.6:

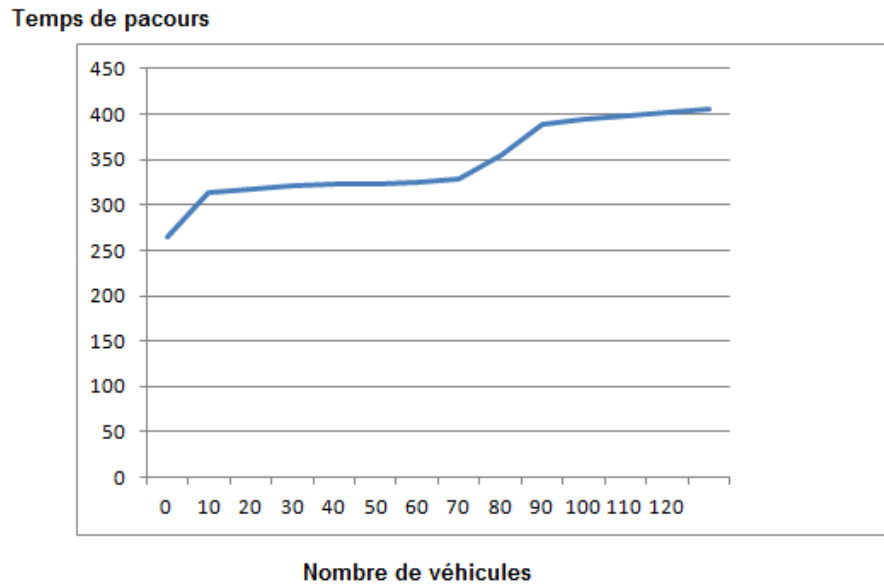


Fig 4.5 – Evolution du temps de parcours par rapport au nombre de véhicules pour le scénario 3

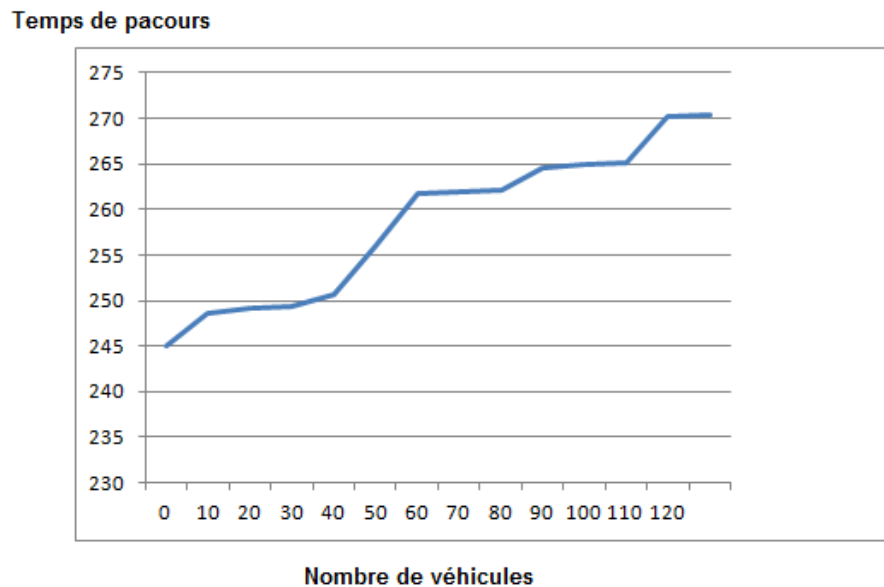


Fig 4.6 – Evolution du temps de parcours par rapport au nombre de véhicules pour le scénario 4

4.3.1.6 Application du scénario 5

Finalement, nous répétons le scénario 4 avec un taux initial de pénétration des véhicules autonomes particuliers de 50%. Les résultats sont présentés dans la figure

4.7:

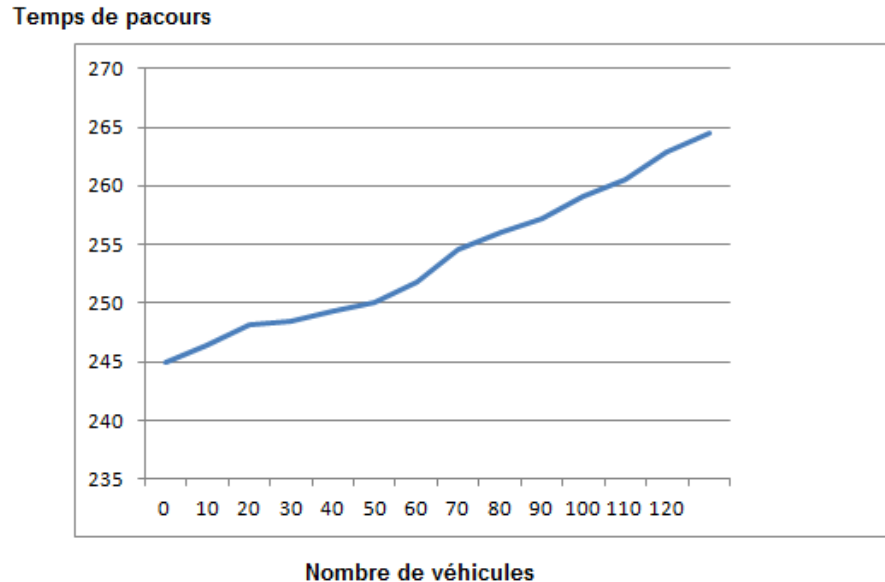


Fig 4.7 – Evolution du temps de parcours par rapport au nombre de véhicules pour le scénario 5

4.3.2 Comparaison entre les différents scénarios

Nous allons à présent comparer les scénarios 1,2,3 et 4 afin d'évaluer la contribution de chaque mode. Les résultats sont représentés dans la figure 4.8 Les résultats présentés sur la figure représentent les temps de parcours sur la route principale. Après l'ajout de chaque scénario, nous analysons comment ceci a affecté cet itinéraire.

Nous remarquons que l'ajout d'une ligne ferroviaire décharge légèrement le flux sur la route principale. Cependant, cette baisse n'est pas du tout significative, ceci est dû au fait que la ligne ferroviaire ne soit pas très attrayante. Ainsi, le mode routier reste largement utilisé.

L'ajout d'un bus baisse le nombre d'utilisateurs sur la route principale de manière significative au début de la simulation mais ensuite on observe une augmentation suivie d'une stationnarité. Nous justifions ce phénomène par le fait que l'ajout d'un bus sur la route principale attire une bonne partie des usagers au début de la simulation ce qui crée une certaine fluidité. Cependant, le nombre de véhicules reste important et une congestion finit par se créer.

Après l'introduction de la ligne autonome, nous observons une courbe qui reste assez stationnaire et dont le temps de parcours est largement réduit.

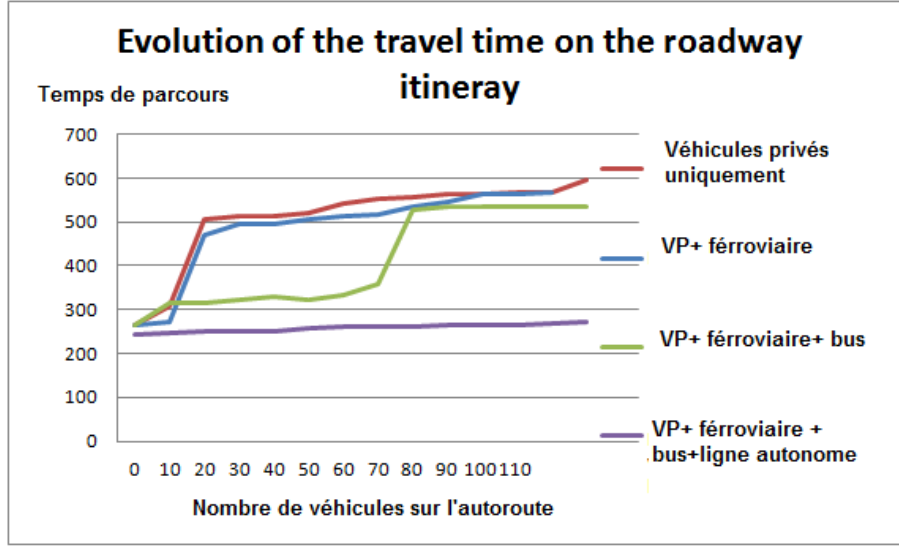


Fig 4.8 – Evolution des temps de parcours sur l'autoroute

4.4 Etude théorique sur l'introduction d'un système de transport multimodal

Dans cette section, nous allons introduire une ligne autonome dans le modèle mathématique d'affectation qui a été présenté dans le chapitre 3 puis nous allons comparer les résultats avec ceux obtenus dans le cas où il y a uniquement des modes de transport conventionnels

4.4.1 Rappel du modèle

Nous allons rappeler le modèle d'affectation présenté dans le chapitre 3.

4.4.2 Modèle de coût pour le mode véhicule

L'expression du coût sur les arcs routiers est donnée par l'équation suivante

$$C_v(d_{ij}) = \alpha L_{ij} + v_{ij} \frac{L}{V_{ij}(d_{ij})}, \quad (i,j) \in A_v \quad (4.1)$$

Où la vitesse est donnée par l'équation

$$V(d_{ij}) = V_{max} * (0.5 + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{d_{ij}}{Q_{max}} \eta (1 - \eta)}) \quad (4.2)$$

Rappelons que α représente le coût kilométrique moyen, v_{ij} est la valeur du temps, V_{max} est la vitesse maximale sur un arc et Q_{max} est flôt maximal.
 $\eta = \frac{Q_{max}}{V_{max}K_{crit}}$ représente le ratio entre la vitesse critique et la vitesse maximale sur un arc. K_{crit} est la capacité critique.

4.4.3 Modèle de coût pour le mode bus

L'expression du coût pour un arc de bus est donnée par la formule suivante

$$C_b(d_{ij}) = \gamma + v_{ij}\tau + Sv_{ij}\tau \frac{Max(0, d_{ij} - d_s)}{d_s} \quad (4.3)$$

γ est le coût monétaire, τ est le coût du voyage qui est évalué en utilisant la valeur du temps v_{ij} . d_s est le seuil de congestion.
 La dernière partie de l'expression représente l'impact de la congestion.

4.4.4 Modèle de coût pour le mode parking

Le coût du parking est donné par la formule suivante

$$C_p(d_{ij}) = \frac{t_p * v_{ij}}{1 - \frac{n(t)}{N}} \quad (4.4)$$

$n(t)$ est une fonction récursive qui représente le nombre d'utilisateurs présents sur le parking et est donnée par l'équation suivante. Cette fonction récursive assure la dynamicité de la formule où le nombre d'utilisateurs présents dans la parking à un instant t dépend de la demande sur cet arc.

$$n(t) = 0 \text{ If } t = 0 \quad (4.5)$$

$$n(t+1) = n(t) + d_{ij}\Delta t \text{ If } t > 0 \quad (4.6)$$

t_p est le temps d'aller sur la place de parking suivante dans le cas ou la première serait déjà prise. v_{ij} est la valeur du temps.

N est la capacité du parking.

d_{ij} est la demande sur le parking, $n(t)$ est le nombre d'utilisateurs à l'instant t et Δt est le pas de simulation.

Le coût de la marche à pied C_w est fixé à deux minutes.

4.4.5 Conditions d'équilibre

Afin de calculer l'équilibre de Wardrop pour ce problème d'affectation, nous appliquons la transformation de Beckman et obtenons le problème d'optimisation

suivant:

$$\text{Min } TTP(d_{ij}) = \sum_{(i,j) \in A} \int_0^{d_{ij}} C_{ij}(t) dt \quad (4.7)$$

$$\text{s.t. } \sum_{k \in P} D^k = D \quad (4.8)$$

$$D^k \geq 0, \quad \forall k \in P \quad (4.9)$$

4.4.6 Introduction de la ligne autonome

Les simulations seront exécutées sur le même graphe que celui utilisé dans le chapitre 3

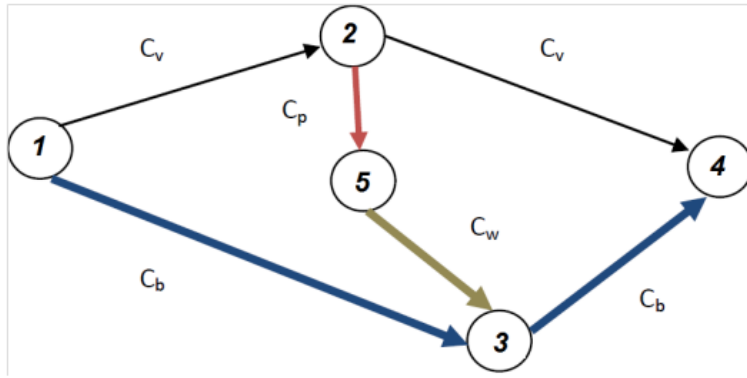


Fig 4.9 – Description du graphe multimodal pour l'introduction d'une ligne autonome

Notre ligne autonome sera introduite sur l'arc (3,4) où, cette ligne est caractérisée par une plus grande vitesse et de ce fait, un coût inférieur. Le coût sur l'arc passe alors de 0.53 hr à 0.3 hr. Cette ligne est aussi caractérisée par un seuil de congestion plus élevé qui est maintenant égal à 1000. Le coût du ticket quant à lui passe à 2 euros.

Nous résolvons à présent le problème d'optimisation avec ces nouveaux paramètres et obtenons les résultats présentés dans les figures 4.10 et 4.11.

Nous augmentons à présent la capacité du parking et obtenons les résultats présentés dans les figures 4.12 et 4.13.

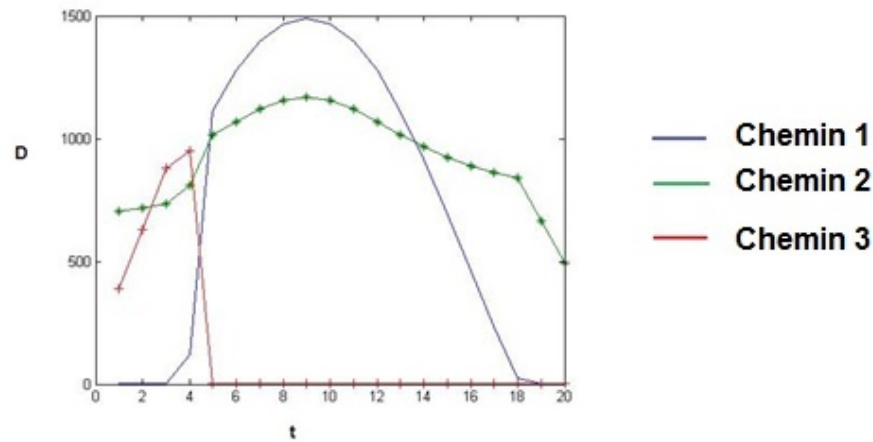


Fig 4.10 – Distribution de la demande le long des trois chemins après l'introduction de la ligne autonome

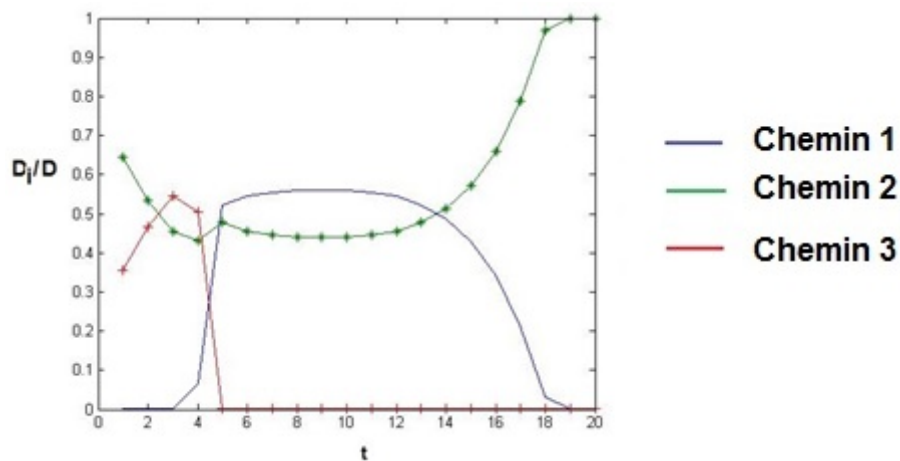


Fig 4.11 – Fractions des demandes des 3 chemins sur la demande totale après l'introduction de la ligne autonome

4.4.7 Discussion

L'introduction de la ligne autonome montre une baisse conséquente dans l'utilisation du véhicule privé. Où nous sommes passés d'un scénario où les usagers convergent vers le mode auto à la fin de la simulation vers un scénario où on observe aucun usager sur ce mode à la fin de la simulation. De plus, la fraction d'usagers maximale observée sur ce mode est passée à un maximum de 0.55 à présent. La fraction sur le mode TC est passée d'un maximum de 0.35 vers une convergence sur ce mode à la fin de la simulation. Quant au mode contenant le passage par un parking, on remarque une nette augmentation où la fraction est passée de 0.25 vers 0.5.

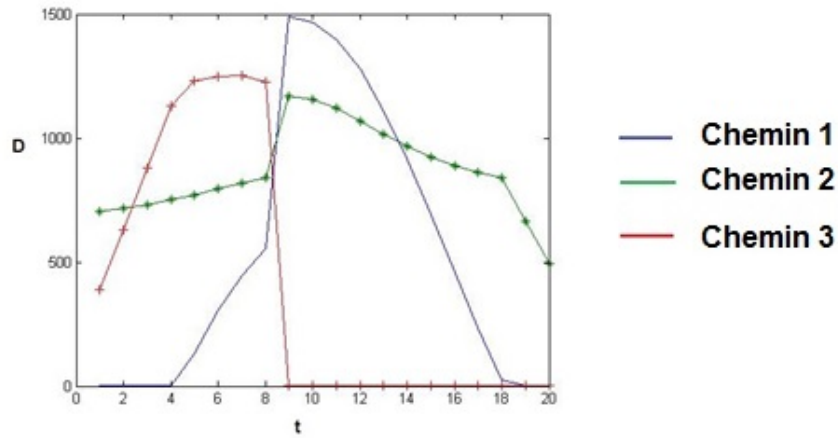


Fig 4.12 – Distribution de la demande le long des trois chemins après l'introduction de la ligne autonome et une plus grande capacité de parking

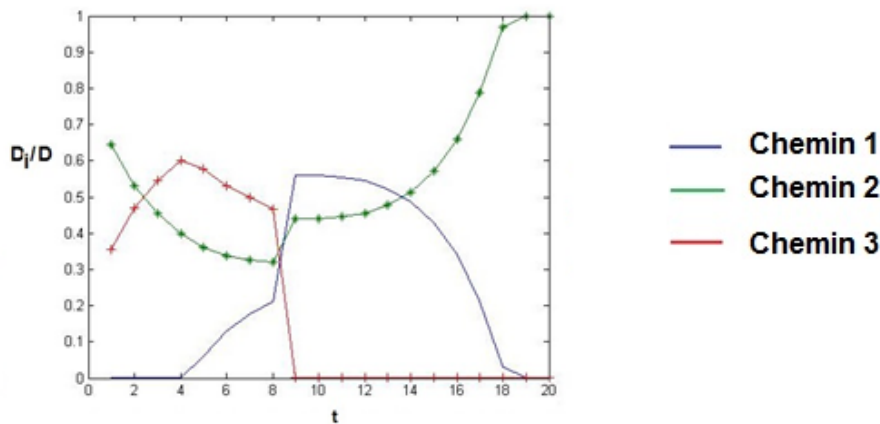


Fig 4.13 – Fractions des demandes des 3 chemins sur la demande totale après l'introduction de la ligne autonome et une plus grande capacité de parking

L'introduction de la ligne autonome sur l'arc (3,4) rend les chemins 2 et 3 plus attrayants ce qui explique la convergence sur le mode 2 mais aussi l'augmentation de l'utilisation du chemin 3.

Après l'augmentation de la capacité du parking, on remarque une meilleure répartition dans le temps des usagers sur le chemin 3. Cependant, le mode convergent reste toujours le mode TC et ce étant donné la grande attractivité apportée par la ligne autonome.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons envisagé la possibilité d'introduire un système de véhicules autonomes dans notre système multimodal. Les résultats théoriques et numériques ont démontré que les coûts des itinéraires baissent lorsque ce type de système est introduit.

Conclusion

Dans ce travail, le problème d'affectation dynamique des voyageurs dans un réseau multimodal a été traité. Un outil d'aide au déplacements a été développé grâce à une modélisation multi-agent qui prend en compte des usagers équipés d'un système d'information et des usagers non équipés. L'outil a d'abord été développé dans un contexte routier où les simulations ont été exécutées sur le réseau de la ville de Newcastle. Les résultats ont été comparés à ceux fournis par l'université de Newcastle ce qui a permis de valider le modèle. Les résultats ont aussi permis de conclure que la présence d'usagers informés permet de réduire les coûts de déplacements et donc d'améliorer la performance générale du réseau.

L'outil a ensuite été étendu vers le contexte multimodal où trois modes de transport ont été pris en compte: l'auto, le bus et le métro. Les simulations ont été exécutées sur un petit réseau mais qui correspond tout de même à un segment de la ville de Newcastle. Les résultats ont aussi affirmés que la présence d'usagers informés améliore largement la performance du réseau. Afin d'appuyer ce résultat, une étude théorique a été menée sur le paradoxe de Braess.

Le but de cet outil étant d'encourager les usagers à utiliser les transports en commun, nous avons mené une étude qui consiste à inciter les adeptes du mode auto à se réorienter vers les transports en commun. Pour cela, nous avons d'abord considéré un réseau qui comprend un mode auto et un mode bus avec la possibilité de passer d'un mode à l'autre grâce à un arc de marche à pied. Les résultats de l'optimisation ont montré qu'à l'équilibre l'itinéraire auto-routier est le seul utilisé. Le deuxième scénario était alors d'ajouter cette fois un parking qui faciliterait la commutation d'un mode à l'autre. Cette fois-ci, nous avons obtenu qu'à l'équilibre les trois itinéraires étaient utilisés.

Ces résultats, aussi satisfaisants soient-ils, nous indiquent tout de même que la performance générale du réseau peut encore être améliorée. Nous avons alors considéré la possibilité d'introduire des véhicules autonomes dans le réseau. Nous avons alors opté pour une démarche par simulation où on considère plusieurs scénarios qui

permettent d'introduire ces véhicules pas à pas. Les résultats montrent que la performance générale du réseau est considérablement améliorée.

Perspectives

Afin de compléter ce travail, nous proposons une série de perspectives qui devraient améliorer le simulateur multi-agent proposé dans cette thèse.

En effet, le simulateur tel que construit actuellement, ne prend pas en compte les préférences des utilisateurs. Ainsi, une amélioration possible serait de demander aux utilisateurs de classer les modes de transport selon leurs préférences, et prendre en considération ces critères lors de l'affectation.

Au niveau de l'automate cellulaire, un véhicule leader est défini et ceux qui se trouvent derrière lui sont obligés de le suivre et se mettent ainsi, à la vitesse de celui-ci. Ainsi, les dépassements entre véhicules ne sont pas autorisés. Cependant, ceci ne reflète pas la réalité. Il serait donc désirable d'inclure cet aspect pour avoir un simulateur qui se rapproche un peu plus de la vie réelle. Ceci peut être fait en permettant à un véhicule de sauter plusieurs cellules.

Les modes de transport considérés dans cette thèse sont le véhicule privé, le métro, le bus et le véhicule autonome. Les modes covoiturage, taxi et vélo n'ont pas été pris en compte alors qu'ils connaissent un taux d'utilisation assez conséquent. De ce fait, l'inclusion de ces modes est nécessaire pour avoir un système d'aide à la décision complet.

Le simulateur sur le cas routier a été testé sur un réseau à l'échelle d'une ville qui est Newcastle. Cependant, le cas multimodal a été testé uniquement sur un archétype de petite taille. Une extension sur un réseau de taille réelle est donc nécessaire.

Bibliographie

- [1] Haitham Al-Deek and Adib Kanafani. Modeling the benefits of advanced traveler information systems in corridors with incidents. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 1(4):303–324, 1993.
- [2] Haitham M Al-Deek, Asad J Khattak, and Paramsothy Thananjeyan. A combined traveler behavior and system performance model with advanced traveler information systems. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 32(7):479–493, 1998.
- [3] Richard Arnott, Andre De Palma, and Robin Lindsey. Does providing information to drivers reduce traffic congestion? *Transportation Research Part A: General*, 25(5):309–318, 1991.
- [4] Hedi Ayed, Djamel Khadraoui, Zineb Habbas, Pascal Bouvry, and Jean François Merche. Transfer graph approach for multimodal transport problems. In *Modelling, Computation and Optimization in Information Systems and Management Sciences*, pages 538–547. Springer, 2008.
- [5] MC Bell, RG Hoogendoorn, and F Galatioto. Autonomic decision support system for traffic and environment management. 2014.
- [6] Giuseppe Bellei, Guido Gentile, and Natale Papola. Network pricing optimization in multi-user and multimodal context with elastic demand. *Transportation Research Part B: Methodological*, 36(9):779–798, 2002.
- [7] Moshe Ben-Akiva, Andre De Palma, and Kaysi Isam. Dynamic network models and driver information systems. *Transportation Research Part A: General*, 25(5):251–266, 1991.
- [8] Moshe E Ben-Akiva and Steven R Lerman. *Discrete choice analysis: theory and application to travel demand*, volume 9. MIT press, 1985.

- [9] Neïla Bhourì, Flavien Balbo, and Suzanne Pinson. An agent-based computational approach for urban traffic regulation. *Progress in Artificial Intelligence*, 1(2):139–147, 2012.
- [10] Michel Bierlaire. Discrete choice models. In *Operations research and decision aid methodologies in traffic and transportation management*, pages 203–227. Springer, 1998.
- [11] Piet HL Bovy and Sascha Hoogendoorn-Lanser. Modelling route choice behaviour in multi-modal transport networks. *Transportation*, 32(4):341–368, 2005.
- [12] Ennio Cascetta. *Transportation systems analysis: models and applications*, volume 29. Springer Science & Business Media, 2009.
- [13] Carlos Daganzo. *Multinomial probit: the theory and its application to demand forecasting*. Elsevier, 2014.
- [14] Carlos F Daganzo and Nikolas Geroliminis. An analytical approximation for the macroscopic fundamental diagram of urban traffic. *Transportation Research Part B: Methodological*, 42(9):771–781, 2008.
- [15] Andre De Palma, Moshe Ben-Akiva, Claude Lefevre, and Nicolaos Litinas. Stochastic equilibrium model of peak period traffic congestion. *Transportation Science*, 17(4):430–453, 1983.
- [16] Andrew Ensor and Felipe Lillo. Partial order approach to compute shortest paths in multimodal networks. *arXiv preprint arXiv:1112.3366*, 2011.
- [17] Bilal Farhan and Alan T Murray. Distance decay and coverage in facility location planning. *The Annals of Regional Science*, 40(2):279–295, 2006.
- [18] Enrique Fernández, Joaquin De Cea, Michael Florian, and Enrique Cabrera. Network equilibrium models with combined modes. *Transportation Science*, 28(3):182–192, 1994.
- [19] Xiao Fu and William HK Lam. A network equilibrium approach for modelling activity-travel pattern scheduling problems in multi-modal transit networks with uncertainty. *Transportation*, 41(1):37–55, 2014.
- [20] Geoff Gordon and Ryan Tibshirani. Karush-kuhn-tucker conditions. *Optimization*, 10(725/36):725.
- [21] Younes Hamdouch and Siriphong Lawphongpanich. Schedule-based transit assignment model with travel strategies and capacity constraints. *Transportation Research Part B: Methodological*, 42(7):663–684, 2008.
- [22] Younes Hamdouch, Patrice Marcotte, and Sang Nguyen. A strategic model for dynamic traffic assignment. *Networks and Spatial Economics*, 4(3):291–315, 2004.

- [23] Dirk Helbing. Traffic and related self-driven many-particle systems. *Reviews of modern physics*, 73(4):1067, 2001.
- [24] David J Holden. Wardrop’s third principle: urban traffic congestion and traffic policy. *Journal of Transport Economics and Policy*, pages 239–262, 1989.
- [25] Sascha Hoogendoorn-Lanser, Rob van Nes, and Piet Bovy. Path size modeling in multimodal route choice analysis. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1921):27–34, 2005.
- [26] Mark ET Horn. An extended model and procedural framework for planning multi-modal passenger journeys. *Transportation Research Part B: Methodological*, 37(7):641–660, 2003.
- [27] Mark W Horner and Tony H Grubestic. A gis-based planning approach to locating urban rail terminals. *Transportation*, 28(1):55–77, 2001.
- [28] YT Judith, YANG Hai, and Robin LINDSEY. Modelling park-and-ride service in a linear monocentric city. *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, 5, 2003.
- [29] Mohamed Amine Kamoun. *Conception d’un système d’information pour l’aide au déplacement multimodal: Une approche multi-agents pour la recherche et la composition des itinéraires en ligne*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lille, 2007.
- [30] Megan M Khoshyaran and Jean-Patrick Lebacque. A stochastic macroscopic traffic model devoid of diffusion. In *Traffic and Granular Flow* $\epsilon^{TM}07$, pages 139–150. Springer, 2009.
- [31] Masao Kuwahara and Takashi Akamatsu. Decomposition of the reactive dynamic assignments with queues for a many-to-many origin-destination pattern. *Transportation Research Part B: Methodological*, 31(1):1–10, 1997.
- [32] J Lebacque. Two-phase bounded-acceleration traffic flow model: analytical solutions and applications. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1852):220–230, 2003.
- [33] Zhi-Chun Li, William Lam, S Wong, Dao-Li Zhu, and Hai-Jun Huang. Modeling park-and-ride services in a multimodal transport network with elastic demand. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1994):101–109, 2007.
- [34] Michael J Lighthill and Gerald Beresford Whitham. On kinematic waves. ii. a theory of traffic flow on long crowded roads. In *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, volume 229, pages 317–345. The Royal Society, 1955.

- [35] Henry Lin, Tim Roughgarden, Eva Tardos, and Asher Walkover. Braess's paradox, fibonacci numbers, and exponential inapproximability. In *Automata, Languages and Programming*, pages 497–512. Springer, 2005.
- [36] Zhiyuan Liu and Qiang Meng. Bus-based park-and-ride system: a stochastic model on multimodal network with congestion pricing schemes. *International Journal of Systems Science*, 45(5):994–1006, 2014.
- [37] Hong K Lo and WY Szeto. Modeling advanced traveler information services: static versus dynamic paradigms. *Transportation Research Part B: Methodological*, 38(6):495–515, 2004.
- [38] Hong K Lo, CW Yip, and KH Wan. Modeling transfer and non-linear fare structure in multi-modal network. *Transportation Research Part B: Methodological*, 37(2):149–170, 2003.
- [39] Angelica Lozano and Giovanni Storch. Shortest viable path algorithm in multimodal networks. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 35(3):225–241, 2001.
- [40] Angelica Lozano and Giovanni Storch. Shortest viable hyperpath in multimodal networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, 36(10):853–874, 2002.
- [41] Saïd Mammar and Damien Koenig. Un scénario périurbain de route automatisée. *Recherche-Transports-Sécurité*, 75:144–167, 2002.
- [42] Vishnuvardhan Mannava and T Ramesh. A novel adaptive re-configuration compliance design pattern for autonomic computing systems. *Procedia Engineering*, 30:1129–1137, 2012.
- [43] David Marsh, Richard Tynan, Donal O'Kane, and Gregory MP O'Hare. Autonomic wireless sensor networks. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 17(7):741–748, 2004.
- [44] Lorenzo Meschini, Guido Gentile, and Natale Papola. A frequency based transit model for dynamic traffic assignment to multimodal networks. In *Proceedings of 17th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, London*, 2007.
- [45] Kai Nagel and Michael Schreckenberg. A cellular automaton model for freeway traffic. *Journal de physique I*, 2(12):2221–2229, 1992.
- [46] Anna Nagurney. An equilibration scheme for the traffic assignment problem with elastic demands. *Transportation Research Part B: Methodological*, 22(1):73–79, 1988.
- [47] Anna Nagurney. A multiclass, multicriteria traffic network equilibrium model. *Mathematical and Computer Modelling*, 32(3):393–411, 2000.
- [48] Anna Nagurney, David Parkes, and Patrizia Daniele. The internet, evolutionary variational inequalities, and the time-dependent braess paradox. *Computational Management Science*, 4(4):355–375, 2007.

- [49] Quoc Tuan Nguyen, Alain Bouju, and Pascal Estrailier. Multi-agent architecture with space-time components for the simulation of urban transportation systems. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 54:365–374, 2012.
- [50] Sang Nguyen, Stefano Pallottino, and Michel Gendreau. Implicit enumeration of hyperpaths in a logit model for transit networks. *Transportation Science*, 32(1):54–64, 1998.
- [51] R Niblett and DJ Palmer. Park and ride in london and the south east. *HIGHWAYS & TRANSPORTATION*, 40(2), 1993.
- [52] Markos Papageorgiou. Some remarks on macroscopic traffic flow modelling. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 32(5):323–329, 1998.
- [53] Claudio Roncoli, Markos Papageorgiou, and Ioannis Papamichail. Optimal control for multi-lane motorways in presence of vehicle automation and communication systems. In *Proc. of the 19th IFAC World Congress*, 2014.
- [54] Laron Smith, Richard Beckman, and Keith Baggerly. Transims: Transportation analysis and simulation system. Technical report, Los Alamos National Lab., NM (United States), 1995.
- [55] Benoit Vanholme, Dominique Gruyer, Benoit Lusetti, Sebastien Glaser, and Said Mammar. Highly automated driving on highways based on legal safety. *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, 14(1):333–347, 2013.
- [56] Judith YT Wang, Hai Yang, and Robin Lindsey. Locating and pricing park-and-ride facilities in a linear monocentric city with deterministic mode choice. *Transportation Research Part B: Methodological*, 38(8):709–731, 2004.
- [57] John Glen Wardrop. Road paper. some theoretical aspects of road traffic research. In *ICE Proceedings: Engineering Divisions*, volume 1, pages 325–362. Thomas Telford, 1952.
- [58] Wang Xin-bo, Zhang Gui-Jun, Hong Zhen, Guo Hai-Feng, and Yu Li. Modeling and implementing research of multimodal transportation network. In *Information Science and Engineering (ICISE), 2009 1st International Conference on*, pages 2100–2103. IEEE, 2009.
- [59] Kamel Zidi. *Système interactif d’aide au déplacement multimodal (SIADM)*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lille; Université des Sciences et Technologie de Lille-Lille I, 2006.

